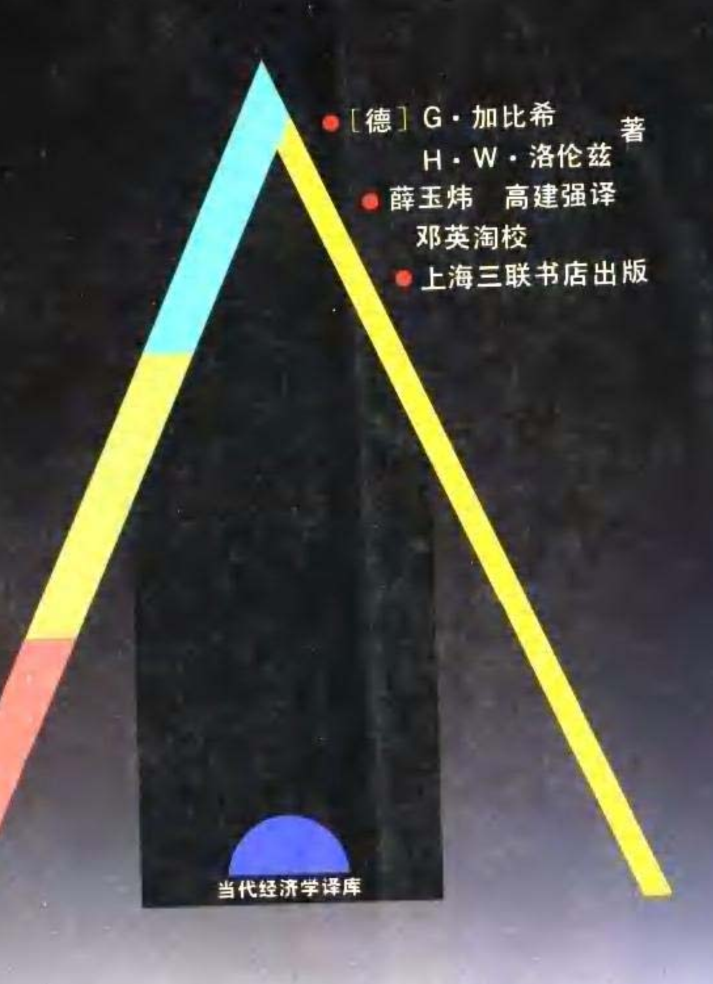
DANGDAIJINGJIXUEXILIE
CONGSHU 当代经济学系列丛书



[德] G·加比希
H·W·洛伦兹 著
薛玉炜 高建强译
邓英淘校

上海三联书店出版

经济周期理论

——方法和概念通论

(沪)新登字117号

Günter Gabisch & Hans-Walter Lorenz
BUSINESS CYCLE THEORY
A Survey of Methods and Concepts
根据 Springer-Verlag Berlin Heidelberg
1987年版译出

责任编辑 虞 虹
封面设计 宋珍妮

经济周期理论
——方法和概念通论

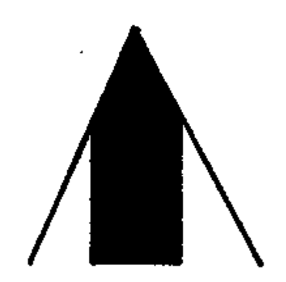
[德]G.加比希 H.W.洛伦兹 著
薛玉炜 高建强 译
邓英淘 校

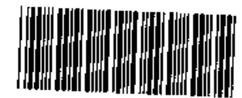
生活·读书·新知
三联书店上海分店出版
上海绍兴路5号

新华书店上海发行所发行
上海市印刷三厂印刷
1993年2月第1版
1993年2月第1次印刷
开本:850×1168 1/32
印张:9 插页:2 字数:185000
印数:1—3000

ISBN 7-5426-0578-X/F·129

定价:9.90 元







出版前言

为了全面地、系统地反映当代经济学的全貌及其进程，总结与挖掘当代经济学已有的和潜在的成果，展示当代经济学新的发展方向，我社决定出版"当代经济学系列丛书"。

"当代经济学系列丛书"是大型的、高层次的、综合性的经济学术理论丛书。它包括四个子系列：(1)当代经济学文库；(2)当代经济学译库；(3)当代经济学教学参考书系；(4)当代经济学新知文丛。该丛书在学科领域方面，不仅着眼于各传统经济学科的新成果，更注重经济前沿学科、边缘学科和综合学科的新成就；在选题的采择上，广泛联系海内外学者，努力开掘学术功力深厚、思想新颖独到，作品水平拔尖的"高、新、尖"著作。"文库"力求达到中国经济学界当前的最高水平；"译库"翻译当代经济学的名人名著；"教学参考书系"主要出版国外著名高等院校80年代后期90年代初期的通用教材；"新知文丛"则运用通俗易懂的语言，介绍国际上

当代经济学的最新发展。

本丛书致力于推动国际经济学的现代化和国际标准化，力图在一个不太长的时期内，从研究范围、研究内容、研究方法、分析技术等方面逐步完成中国经济学从传统向现代的转轨。我们渴望经济学家们支持我们的追求，向这套丛书提供高质量的标准经济学著作，进而为提高中国经济学的水平，使之立足于世界经济学之林而共同努力。

我们和经济学家一起瞻望着中国经济学的未来。

上海三联书店

1991年5月



译者的话

经济时时刻刻都处于波动的运动之中，经济研究的一个重要课题就是要清楚地了解经济波动的类型、导致经济波动的原因，并研究相应的对策以缓和经济的波动。经济周期理论所研究的对象是一种特殊类型的经济波动现象——周期波动现象，主要研究周期波动的类型以及导致经济波动的原因。

长期以来，我国学术界一直把周期性波动作为资本主义经济的特有现象进行了很多研究，但对社会主义经济周期问题却一直讳莫如深。但自1985年以来，我国学者，特别是一批中青年学者，大胆闯入这一禁区，这一问题的研究在理论上取得了重大突破，在应用上也取得了可喜的成绩。1988年我国经济理论界举行了两次“中国经济周期波动研讨会”，并取得了一系列成果①。但纵观目前我国学术界对经济周期波动的研究成果，大都集中在探讨社

① 见毕大川、刘树成主编:《经济周期与预警系统》，科学出版社，1990年版。

会主义经济是否会发生经济波动以及对我国的工业、农业、财政等领域进行波动分析的实证研究上，而对经济周期理论的基本方法、模型、最新发展涉及甚少。针对这种情况，我们翻译了此书，目的是把国外经济周期理论研究的较为全面的知识介绍给我国的研究者和各方面的读者。

本书根据 **Springer-Verlag** 出版社 **1987** 年版的系列丛书《**Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**》中第283卷译出。它系统地介绍了经济周期理论的基本内容，包括经济周期的测定方法与理论、各个阶段典型的经济周期模型与理论以及对将现代非线性动态系统理论应用于经济周期理论的探讨。本书有以下两个显著的特点：

1. 依据经济周期模型的周期行为对外生冲击的依赖性，把经济周期模型分为依赖外生冲击的经济周期模型和不依赖外生冲击的经济周期模型，这种简明的分类方法把现有的经济周期模型分为两类，深刻地揭示了经济周期产生原因的内涵，这是本书最突出的特点。

对于被称之为依赖冲击的经济周期模型而言，其周期的产生依赖于不能为模型本身所解释的外生刺激，如政府的经济政策、个体的预期，等等。这类模型的典型代表是希克

斯和萨缪尔森的乘数-加速数模型，它们所产生的周期行为是在把模型参数限定在一定范围中围绕平衡点的衰减振荡。并且为了使这一周期行为呈现出类似实际经济波动的持续波动，这些模型一般都需要外加不断变化的作用力(刺激)，以维系这一持续波动。构造这类经济周期模型的理论假设是很明确的，即假定经济周期波动的产生原因是经济系统外部的因素，特别是政府的经济政策，其他外生因素(如随机干扰和个体的预期行为)也都会导致经济周期波动。

但是，大多数依赖外生冲击的经济周期模型的周期解都是具有相同频率的正弦波，而在实际的经济波动中则很难找到相应的经验数据。诚然，可以把实际的经济波动解释为由一系列外生冲击产生的各个正弦波动的叠加，但这又为随意安排外生冲击提供了相当大的余地，并且也不可能去跟踪某一特定外生冲击所产生的周期波动，因而这类模型更像课堂中的练习，其对周期波动的解释不能令人满意。

不依赖外生冲击的经济周期模型的理论假设是：经济周期波动的产生不是由外生力量所导致产生的，而是由经济系统内部结构所决定的；从周期模型而言，就是由模型的数学构造决定了内生周期的产生。在这类模

型中，非线性结构和方法占了主导的地位。

2．研究非线性动力学对经济周期理论（特别是不依赖外生冲击的经济周期模型理论）已经产生的影响和未来潜在的影响，这是本书的第二个特点。

非线性动力学理论（分叉理论、突变理论、混沌理论，等等）已经揭示，如果对已有的模型适当地给予规定，它们将产生大量的动态现象；一个明显的事实是，这些模型的轻微调整常常足以产生周期运动（见本书导言）。动力学系统本身代表着科学家对自然界和人类社会新的思考，甚至有的学者把动力学系统的研究同爱因斯坦的相对论相提并论，把它们称为本世纪两项改变人们思维方式的最伟大的发现。动力学系统理论（如分叉理论、突变理论、混沌理论）主要研究丰富的非线性现象，已有不少学者提出要把这一理论应用到经济理论中，因为目前静态、线性、确定性经济理论已难以解释经济中出现的许多突发波动现象，如“黑色星期一”等。西方一些学者提出，以混沌理论为工具的非线性经济理论是经济学未来的发展方向，本书把动态系统理论用于经济周期理论之中，也代表了这一趋势。在我国的计划加市场的经济体制下研究这一课题有着深刻的意义，一些经济学家提出非线性经济学的成果对研

究计划经济中的波动现象有极大的应用可能。如何实现上述应用，本书给我们提供了一个很好的范例。

根据对动态系统模型的分析，本书作者对以往经济分析中常用的长期预测进行了深刻的反省。由于只要一些动态系统中的某些参数已经给定，就不可能以确定的精度跟踪未来的动态轨迹，因为计算设备在技术上的局限意味着避免这些系统对初始条件的敏感性从原理上来说是不可能的。由于从来都不可能以绝对的精度得知经济变量的数值，因此在这些系统中长期预测可能会被抛弃（见本书第6章）。

本书共分6章，除第1章为导论外，其余5章主要包括三方面的内容：

第2章主要包括经济周期的测量，它是使经济周期理论从纯学术性研究走向实证研究的重要步骤。经济周期测量的最关键之处在于选择能够描述经济运行状况的经济指标（或经济指示器），这一章着重介绍了本世纪20年代常用的经济指示器——哈佛晴雨表以及现在仍在使用的方法——NBER（美国国家经济研究局）指示器，分析了它们在研究历史经济数据中的作用及其在对未来进行预测时所面临的方法论上的困境。

第3章和第4章为一个单元，主要介绍

依赖冲击的经济周期模型和外生冲击在这类模型中的作用。在第3章所介绍的依赖冲击的经济周期模型中，着重介绍了传统的乘数-加速数模型，其中最典型的代表是萨缪尔森和希克斯的基本模型。在萨缪尔森和希克斯基本模型的各种扩展形式中，这一章还介绍了梅兹勒关于库存对周期模型影响的模型和莱德勒分析周期运动中货币因素的模型。最后介绍了卡莱茨基差分-微分混合方程模型。第4章则专门分析外生冲击的作用，包括政治经济周期模型、随机经济周期模型以及理性预期经济周期模型，也即把政府行为、随机因素以及个体预期作为三种典型的外生冲击类型分析了它们对经济周期产生的影响。

第5章和第6章为一单元，主要介绍不依赖冲击的经济周期模型，这些模型由于其数学结构而能够内生地产生周期行为。在这些模型中，本书介绍了沃格特线性增长模型、戈德温的拟非线性加速数，特别分析了卡尔多的周期模型。作为这些模型的数学基础，这一章专门介绍了著名的庞加莱-本迪克逊定理和黎纳德-范·德·波尔方程，以及它们在分析周期模型中的应用。作为周期理论的最新前沿，第6章主要介绍了对研究周期理论有重大影响的动态系统的新进展，主要

包括分叉理论、突变论、混沌和结构不稳定性的基本概念以及它们对经济周期研究可能产生的影响。

本书第1、2、3、4章和第5章的第1、2节及第3节的第1小节由薛玉炜翻译；第5章第3节的第2、3、4小节和第6章由高建强翻译。此外，薛玉炜通阅了全书译稿，统一了有关专业术语和专用名词的译法。

邓英淘同志仔细校对了译稿，并进行了一定程度的加工和润色。陈昕、朱国安、徐笑波、霍兵、寿平等同志对本书的翻译和出版给予了大量帮助和支持，在此谨向他们表示由衷的感谢。

薛玉炜

1991年8月于北京

1 导论

“经济周期过时了吗?”这是一个经常被引证的由布朗芬布伦纳编辑的一本书的标题，它隐含着对此问题所做的肯定回答，反映了60年代主流宏观经济学基于经验把经济和周期运动联系在一起的态度。以凯恩斯主义的宏观经济学为理论基础的收入政策的成功，似乎已经减缓甚或消除了西方经济的波动，这个问题曾吸引了许多古典和新古典经济学家进行了100多年的研究。认为经济周期变得越来越无足轻重的理由十分简单：如果经济由于某种原因发生波动的话，则总可以利用反周期的需求政策去抵销这些周期运动的影响。

从1950年开始直到60年代中期，经济周期理论常常被视为增长理论的附录或动态经济学的学术性练习。常用的经济周期模型基本上是乘数-加速数模型，它们对参数值的敏感的依赖性（为的是能被称为经济周期模型）导致了一个几乎不可能发生的持续振荡。当时，在补偿经济周期方面所取得的明

显成功阻止了对周期发生的强烈关注。更确切地说，经济周期理论转向了稳定性理论，它所研究的是稳定经济波动在理论上的可能性。60年代的许多宏观经济教科书都认为，经济周期理论是用来说明利用主动的财政和货币政策稳定经济的可能性的。

凯恩斯的收入政策在70年代的明显失败——至少就正统凯恩斯主义的追随者所断言的需求刺激政策普遍有效的假设而言——不仅导致了对凯恩斯主义的宏观经济学批判性的再认识和被称之为“古典”经济学的复苏，而且也导致了经济周期理论的复苏。由于“经济周期”这一术语已经从关于宏观经济的论文标题中消失了近20年，70年代“古典宏观经济学”的复苏就不可避免地同强调经济的波动行为联系了起来。但是，同凯恩斯主义宏观经济学相比，其因果关系通常是相反的：它的着眼点不是放在利用政府行为来稳定经济的波动方面，而是研究由于这些行为本身所导致的周期运动。在70年代，宏观经济思想的第二个主流(即把配额或非瓦尔拉斯方法用于宏观经济学)，已经不再试图把太多的注意力放在经济周期理论上，这主要因为从概念上讲，它主要注重经济的短期、暂时平衡。

虽然新古典宏观经济学又重新开始了对经济周期的研究，但是它没有对经济波动提供新的基础性理论认识。关于周期运动形成机制的认识仍然停留在乘数-加速数模型所提供的成因机制上。然而，与此同时，动态经济学在利用新的数学技术解释经济波动的研究方面作出了努力。非线性动力学理论(分叉理论、突变理论、混沌理论，等等)已经揭示，如果对已有的模型适当地给予规定，它们将产生大量的动态

现象。一个明显的事实是，这些模型的轻微调整常常足以形成周期运动。一些动态模型的这种特性使我们可以用下面提到的方式对经济周期模型进行分类。

一部评述当前静态宏观经济学状况的著作必定会区分宏观经济思想的两个主流，即新古典宏观经济学（或理性预期文献）和新凯恩斯主义（或非瓦尔拉斯）经济学。两个发展方向都已经形成各自的理论体系，虽然双方都作出了相当的让步，但这两个理论体系似乎并不相容。而如果一部关于经济周期理论的著作也是用这一分类方法进行写作的话，则会出现两种可能性：第一，如果从对定性的经济论证进行总结概括的角度出发，则此著作将会充满重复，并且只能论及动态振荡强度。第二，如果仅集中于两种主流经济学的动态方面的讨论，则此著作将会很简短而且肯定是不全面的，因为它会遗漏经济周期理论中许多有意义的方法，这些方法不在这两个主流经济学的范围之内。

一个动态经济模型是不是经济周期模型——即模型内的主要经济变量在相当长的时间内波动，并不取决于模型的一般经济激励因素，而是取决于它的数学结构。这是因为，例如，在生产函数中引入一定的延滞结构，从经济的观点上说它并没有构成显著差异，但这一结构却可以具有使经济产生振荡运动的基本动态特征。因此，本书将主要集中考虑动态经济模型的这些特征，它们是生成波动的基本因素。

根据线性或非线性、时间概念以及延滞结构等作出的纯粹形式化的分类同样也不能令人满意，因为这样做会由于拘泥形式而掩盖动态经济学中许多有趣的内容。本书所给出的理论的经济周期模型将根据它们的周期行为对外生冲击的依

赖关系进行分类。新古典宏观经济学特别强调外生力量对启动周期运动的重要性，根据这一依赖性所作的分类可以最简单地区分现有的经济周期模型，并把它们归结为两类。

本书的结构如下：第2章论述经济周期的测量，即对重要经济变量的周期行为进行实证观测。只有有了关于周期行为的实证依据，经济周期理论才能摆脱纯粹的学术性研究。第3章概述了依赖冲击的模型，它包括传统的乘数-加速数模型以及几个特殊的非线性经济周期模型。由于在启动和维持周期方面这些模型都强烈地依赖外生冲击，本书专辟一章讨论这些外生力量。第4章包括政治性经济周期理论，并主要研究理性预期模型。这样，第3章和第4章可以看作一个单元。第5章给出了不依赖冲击的模型——即仅仅由于它们的形式结构而能够内生地产生周期的模型。然而，第5章的模型已经需要列入几种不属于经济学常识范畴的数学技术，并且第6章的模型所涉及的数学技术也是经济学中不常用的。由于这些数学工具和模型与未来研究的关联仍不很明确，它们也将在这一章加以讨论。

这样一本简短的书不可能说像百科全书那么完整，而且，罗列本书所未论及的所有概念和每一个模型也是没有意义的。但至少有两个遗漏是必须一提的：首先，如果一本关于经济周期理论的著作完全忽略了这一领域的思想史，那么它将被认为是不完整的。我们舍去了显然应有的这样一章，主要是因为已经有几本很好的著作（其中一些现在仍被认为是经典性的）论述了这一专题。而且，经济周期理论的最新发展也已经使一些历史观点（特别是熊彼特经济学）开始复苏，它们在许多很好的综述文章和著作中得到讨论。第二，我们

也省略了在计量经济学的框架中对经济周期进行论述这一领域，因为一个令人满意的论述将超出本书的范围。

尽管我们并没有试图为现代周期理论提供百科全书式的完整综述，但本书也不可避免地多少要对这一内容作逐条陈述。我们较多地依据模型的形式上的特征来进行分类，这意味着把在经济上很不相同的模型在同一条目下进行表述。读者应该能够谅解这一作法，对一些经济方法进行合乎逻辑的分离是为了对现代经济周期理论作出一致性描述。

本书适用于研究生和大学高年级学生。除了坚实的高级宏观经济学知识外，读者应该熟悉形式推理。虽然本书试图把现代经济周期理论的各种数学工具集中在一起，并试图对人们不太熟悉的方法作出尽可能的说明，但读者仍需要经常进行演算或参考原始文献。

我们十分感谢在定稿过程中下列人士所给予的支持。本书的大部分手稿是由迪特尔·博克打字的，他还同卢·西格蒙德一起准备了本书的大部分图表。理查德·赫尔曼友好地提供了用于第6章的计算机图形。马琳·萨克斯付出了巨大努力把原稿的最初几稿转化成了可读性较强的（和易于理解的）英文。最终的底稿是用GWDG－哥廷根的TEX文字处理系统打字的，我们同样十分感谢它所提供的必要支持。

G.加比希（哥廷根大学）
H.W.洛伦兹（哥廷根大学）



测量

虽然许多经济实体在不同程度上作规则运动是确定的事实，但当论及这些经济波动时，由于涉及到众多的单个经济量，因而如何测量经济的综合状态是个困难的问题。通常，这些波动着的经济活动在时间状态上是很不一致的。当一些经济活动在某一给定时点处于扩张状态时，其他一些经济活动则已经到达了它们的由上升转为下降的转折点，同时还有一些经济活动正处于下降趋势之中，有些经济活动甚至正处在一个由下降转为上升的转折点。因此，如何测量经济活动综合状态的问题应该受到重视。

撇开纯理论的考虑，对这一问题的回答有着重要的经济意义。根据这一测量过程的结果(即测量到的经济事件的状态)，政治经济当局会得出不同的如何干预经济过程的结论。确切地讲，如果把货币当局声明一次衰退开始同声明萧条加速时的行为加以比较，就会发现他们的行为在时间和数量的选择上是不同的，对财政当局来说也是同样的。一个

预算相对于金融形势而言是否是中性的，在很大程度上取决于测量经济波动的概念。基于这一原因，经济顾问委员会在1962年提出了一个充分就业预算盈余的概念。① 根据这一盈余随着时间的变化，不同的财政行为似乎是适当的。然而，这一盈余主要依对"经济行为的正常状态"的测量方式而定。同样，在联邦德国(FRG)，德国"专家委员会"②也提出了经济中性预算的概念。在此概念中，潜在产出的测量起着决定性的作用，它同实际产出联系在一起可以被解释为对实际经济行为的测量。

在关于如何测量实际经济行为的讨论中，其中心点涉及两个概念：经济指示器的使用和潜在的经济产出。接下来就讨论这两个概念。

经济指示器

使用经济指示器测量当前经济行为的理论概念相当简单，尽管实际应用起来很困难。这一概念的基本点是，构造数据的不同时间序列，以便利用这些序列使经济行为的总体运动变得清晰明了。

哈佛晴雨表

① Economic Report of the President(1962), p. 77.

② Sachverständigenrat(1970), pp. 91ff.德国的"专家委员会"(Sachverständigenrat)相当于美国的总统经济顾问委员会(CEA)。

在20年代，所谓的哈佛晴雨表或哈佛ABC曲线非常流行。这一指示器是由W.M.皮尔逊斯(1919a,b)提出的，而且最初是由5组时间序列组成的。同一组的时间序列具有大致相似和同时发生的周期。20个不同序列涉及了从“为20个主要城市发行的建筑许可证的价值”到“布拉德街的商品价格指数”的各方面内容，它们被用来设立这5个时间序列组。所有序列组都揭示了相似的周期模式，当然这些周期并不是同时发生的，而是顺序发生的。

为了对一般经济行为的周期运动作一个简明的描述，5个时间序列组后来被减少到3个——标以“ABC组”——并且时间序列的数目也被减少到13个，那些相对于其他时间序列波动更为不规则的时间序列被排除了〔皮尔逊斯(1919b)〕。具体地说，A组由4个序列组成，提供一个投机事业的指标；B组由5个序列组成，形成一个物质生产和商品价格的综合指标；C组由4个序列组成，提供一个纽约金融形势的指标。

这3组时间序列给出了一个相当简单但给人深刻印象的1903—1914年美国经济周期运动的图像(见图2.1)。

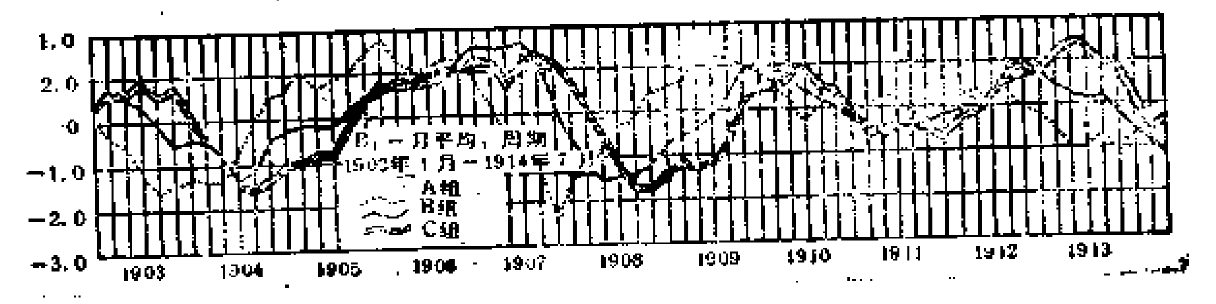


图2.1

[资料来源] Persons(1919b), p. 112f.

哈佛晴雨表，像大多数它的后继者一样，不仅被用来测量过去和现在的经济周期，而且被当作预测经济周期的仪器。

皮尔逊斯(1919a) 详细说明了一个适宜的周期波动的测

量所应具备的性能：

“……所希望的测量是这样的，它不仅能够应用于过去的数据，并且能够有一定把握地应用于现在和未来。”(1919a, p.33) 在这段论述之后，他提出一个问题：

“是否存在一条经济周期定律，它在过去相当长的时期保持其一致性，使得我们可以有理由期望它在未来也成立呢？”(同上)虽然他自己对这一问题的回答是相当谨慎和深思熟虑的，他最后仍然确信他的晴雨表能够用于预测未来的经济行为。根据他的观点，ABC 曲线组成了

“……一个衡量经济条件的易懂的指标，当被正确解释时，它有助于说明现时的运动以及未来的趋势。”(1919c, p.2) 根据这一观点，哈佛大学经济研究委员会从 1919 年 9 月到 1924 年 1 月都定期出版经济形势的预测。但是，当最初的预测完成后，它所做的预测就变得不可信了，而且这一指示器未能预测出大萧条〔正如穆尔所说，这是“……有史以来的预测大错误之一”(1980, p.302)〕。此后，它就被整个地抛弃了。

NBER 指示器

先行、滞后和同步序列

国家经济研究局(NBER) 设计的经济指示器在实质上与哈佛ABC曲线大致相同。最初，W. C. 米歇尔和 F · 伯恩斯根据政府机构的要求，于 1938 年提出了参照周期的基本想法，其他周期领先和滞后于参照周期。通过对 487 个统计序列的检验，他们最后选定 71 个时间序列作为周期运动的统计指标。把这些序列根据其相对于参照量的平均超前或滞后量进行排序，可以给出一次周期传播的图像。例如，6 个时间

序列没有平均的超前或滞后，“工厂就业总量”和“工厂发放的工资额”就属此列。先行序列平均超前于参照量1—10个月，它们由“生铁产量”(超前3个月)和“票据交换，NYC”(超前6个月)等序列组成。滞后序列平均滞后1—12个月，它们包括像“杂志发行”(滞后2个月)和“纽约证券交易所证券销售额”(滞后7个月)这样的序列。

G. H.穆尔(1950)发展了领先、滞后和同步(参照)序列的思想。他在研究中系统地研究了衰退的次数，并把他的研究建立在NBER所准备的801个美国月度和季度时间序列的基础上。在这些序列中，那些通过一致性和时间选择检验的序列被选作为经济指示器；一致性是指符合经济周期的一致性，时间选择是指时间序列的转折点领先、滞后或大致同步于参照数据的一致性。这样，在801个序列中挑选了225个，并且根据“长领先”、“短领先”、“短领先或滞后”、“短滞后”和“长滞后”的特征，把225个序列分为5组。

使用这一分类方法，最后被选作经济指示器的时间序列数目减少到21个。入选的序列在周期的顶峰和谷底的时间相类似，这些序列被分为3组：先行、大致同步和滞后。每组的部分序列名称如下：

先行序列：纽约证券交易所出售的股票数量和价值；加工行业中所有工资领取人的每周平均工作小时数。

同步序列：商业行为中的实物量；所有股份公司的“巴卜生”(Babson)商业利润。

滞后序列：所有工厂的工资发放额；90天定期贷款利率。

与哈佛ABC曲线一样，这三组时间序列能够作为过去和现在经济活动的指示器。但是，如果它们被用来进行预测，

则受到和哈佛晴雨表一样的限制(参见2.1.1)。毫无疑问，穆尔(1950)本人认识到了这一问题，但是最后，同皮尔逊斯一样，他乐观地认为这些指示器能够用于预测：①

"……，我们有一定的理由相信，客观地使用这些方法至少将减少在辨识已经开始的复苏或衰退时的常有的延误。……的确，这是一种预测。但是，这是一种以重要事实为依据的预测，它从两个方向进行求证。大致同步序列的行为会根据先行序列进一步证实或否定这一预测，反之亦然。"

一般而论，隐含在这一叙述中的假设是，由先行序列预测未来的周期变化，由同步和滞后序列进一步证实或否定这一预测。

扩散指数

NBER提出的另一指示器就是所谓的扩散指数(diffusion index)。这一指数与先行、滞后和同步序列的概念密切相关，并可以回溯到伯恩斯和米歇尔(1946)。这个指数的概念十分简单：在任一时点，一特定集合中的一些序列向上运动，而其余的序列则向下运动。如果向上运动的时间序列的数目所占比重大于(或小于)50%，则经济为扩张(或收缩)。

伯恩斯(1954)和穆尔(1954，1955)把这一思想系统地应用于经济时间序列的不同集合，并把扩散序列的比例数称之为"扩散指数"。伯恩斯(1954，p.115)从近700个序列中推导出一个扩散指数——这些序列中包括不同性质的序列，如生产、价格、利率、库存，等等——它可以作为一般经济活动的指数(见图2.2)。根据穆尔(1954，p.18)所言，这一由不同种类序列所构造的指数是已经设计出的反映我国经济周

① Moore (1950) in Moore (1961), p. 257f.

期所处位置的最佳历史指数之一。"

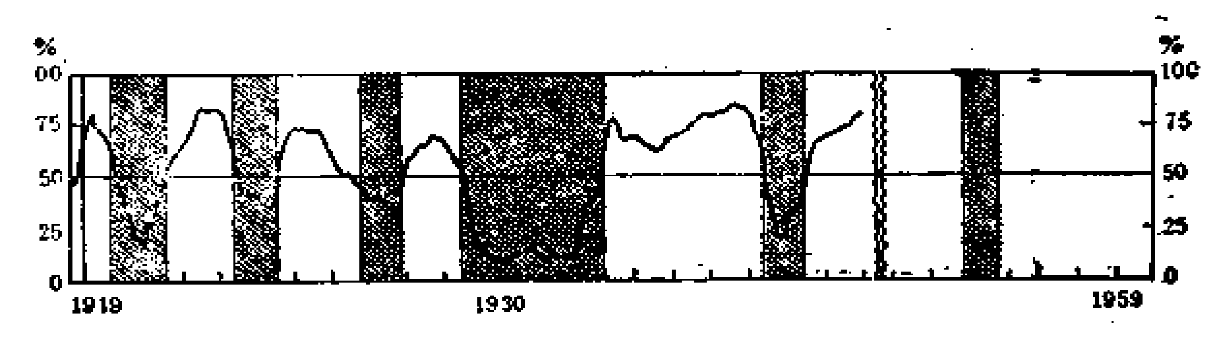


图 2.2　处于扩张状态的序列的百分数，1919—1953年

[资料来源]Moore (1954), p. 17.

图2.3 表明，扩散指数真实地反映了在整个经济中经济活动是如何随时间扩散的。此图的下部的扩散指数是通过下面三个步骤制作的：

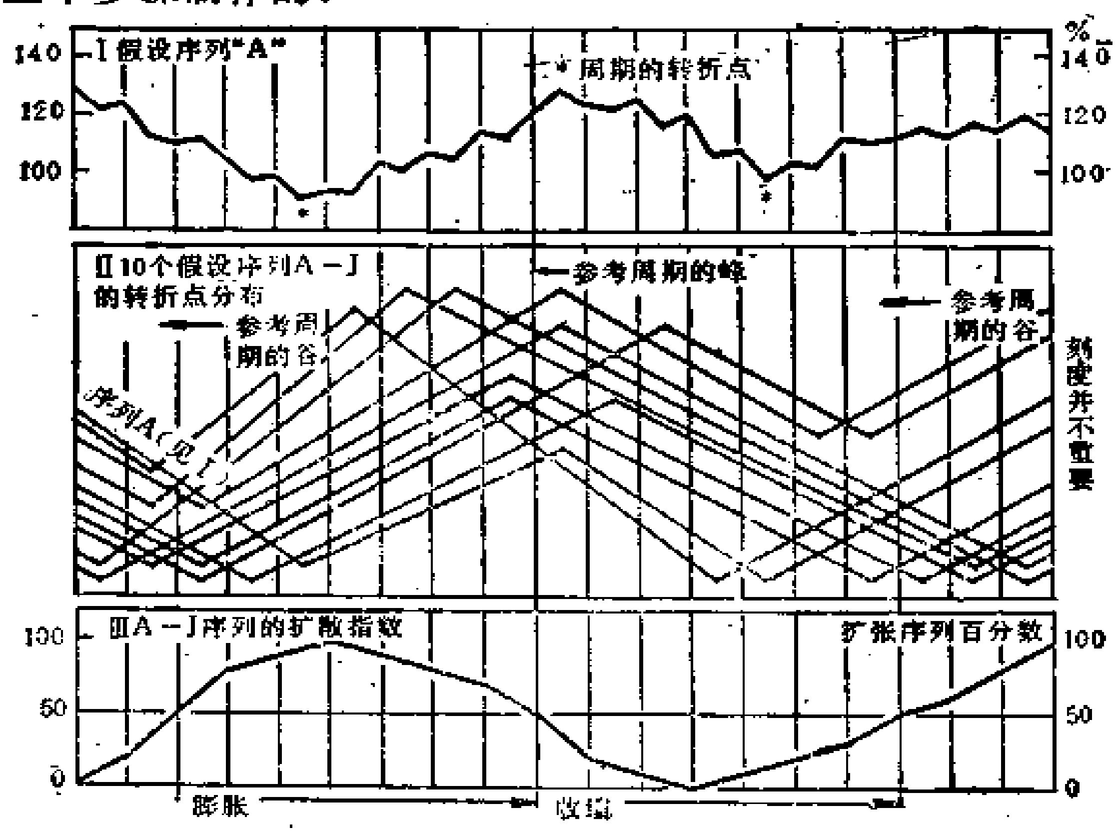


图 2.3　一个假设的历史扩散指数的推导

[资料来源]Broida (1955), p. 10.

步骤1：收集一些时间序列作为制作指数的基础；在图2.3中，这一基础由10个时间序列A—J构成。其中之一（即A）已经被画在图的顶部。

步骤2：对每个单一时间序列必须确定其上、下转折点，如在序列A上所标的星号。这些转折点用直线联接起来，形成一张经济周期如何通过单个序列传播的“顺序”图（参见图2.3的中间部分）。

步骤3：扩散指数是这样计算出来的，即计算图中部在任一时点上斜线的数目并把这一数目表示为占序列总数的比例。这一指数被画在图的下部。当所有的序列都在向上运动时，它达到其最大值100％；当所有的序列下滑时，它达到其最小值0％。

如果扩散指数的值处于50—100％（0—50％）之间，则经济处于扩张（收缩）过程中。这意味着，当扩散指数的值为100％时，经济正处于高涨期，但仍然没有达到其上转折点，因为在此转折点扩散指数的值必须是50％。对于扩散指数的0％值，相似的推理仍然成立。这些推论的结果是，扩散指数必定超前于任何综合行为指数。

的确，当把构造扩散指数的方法应用于历史数据时，扩散指数的转变位于整体的周期转变之前。穆尔（1955，Tab. 8.2）对大量的序列（如生产序列、就业序列、批发价格序列等）构造了不同的扩散指数，这些序列所使用的是美国1920—1938年的数据。这些扩散指数表明，在经济周期的峰点和谷点上，它们都有一个平均的超前量，在大多数情况下超前量在6—12个月之间，没有情况表明存在平均滞后。

这说明在分析历史经济周期方面，扩散指数肯定是一个

有用的工具，它提供了在一给定集合中有多少单个序列处于上升或下降趋势的信息，并显示了这个数目是如何随时间而变化的。然而，无论如何，怎样为经济事件的当前状态构造扩散指数这一问题总是要提出来的。

回答这一问题并不简单。到目前为止，构造扩散指数的过程是以对过去经济周期的准确认识为基础的——即精确地知道每一时间序列的转折点。但是，识别当前的转折点便不可避免地涉及到对未来事件的预测。一个峰点或谷点成为现实，仅伴随着未来的一次下降或上升。确定当前的一个峰点或谷点相当于要断言所谈及的这个序列将毫无疑问地下降或上升，虽然这种升降也许不是平滑的。

当然，这一问题与应用扩散指数进行预测密切相关。因为扩散指数领先于转折点，所以用这些指数预测转折点似乎是合乎情理的。但是，如上所述，识别当前的转折点则意味着预测。因此，构造当前的扩散指数也就意味着预测。正如布罗依达(1955，p.12)所描述的："但这将是为制作扩散指数而进行预测，而不是为预测而制作扩散指数。"

毫无疑问，穆尔(1955)认识到了为当前事件构造扩散指数所涉及到的这些问题。布罗依达(1955)对"历史"和"当前"扩散指数作了相应的划分：前者是根据事后认识构造的那些扩散指数（见图2.3)，后者是为当前事件构造的那些扩散指数。

为构造当前扩散指数已经作了许多努力。特别是穆尔(1955)曾试验了不同的方法。他构造了许多指数，这些指数分别记录了生产序列、就业序列和利润序列，它们从上个月或季度已经开始上升。其他一些指数与移动平均值有关，并

且变化的方向根据中心移动平均值来确定。在任一情况中，这些当前扩散指数的每一个都比历史指数不规则得多。不可避免地，“获得当前扩散指数的代价是关于其周期运动更大的不确定性。”①这一两难困境最多也只能有所改善，但不可能消除。

扩散指数与变化率

关于扩散指数是否提供同各个总量的变化率大致相同的信息的问题，已经有了一些讨论［布罗依达（1955），穆尔（1955），亚历山大（1958）］。对于这个有意义的问题，首先必须有一个关于扩散指数的基础——单个序列的合理综合规则。无疑，我们难以找到像等值变化率那样适于图2.2 中扩散指数的规则，这是因为像生产、价格、利率、存货等序列的有意义的综合显然是不存在的。

为了区分这两个度量的差异，将采用形成加权平均值的简单的综合规则：

$$x_t = a_1 x_{1,t} + \cdots + a_n x_{n,t},\ \sum_{i=1}^{n} a_i = 1,\ a_i \geqslant 0 \qquad (2.1.1)$$

对于单个时间序列$x_{i,t}$，扩散指数DI为：

$$DI = \frac{m}{n},\ m\text{ 是导数}\frac{dx_{i,t}}{dt}\text{为正的个数} \qquad (2.1.2)$$

综合量的变化率指数(RC)②为：

$$RC = \frac{dx_t}{dt} = a_1\frac{dx_{1,t}}{dt} + \cdots + a_n\frac{dx_{n,t}}{dt} \qquad (2.1.3)$$

---

① Moore (1954), p. 275.

② 虽然“变化率”常指相对变化，例如$\frac{dx/dt}{x}$，在这里，它指绝对变化，并表示为$\frac{dx}{dt}$。

显然，扩散指数假定了所有单个序列具有同等的重要性，并且忽略了单个序列的绝对变化量。因此，一般而论，两种度量方法大不相同，但实际上，当遇到特殊情况时，两者能够大体相符。所以，我们通常的期望是，扩散指数的增长意味着变化率指数的增长。也就是说，当更多数目的序列增长时，其平均值应该增长。但是，确切地讲，这并不一定是正确的。如果增长序列的数目在增加但其增长量在减少，或反过来下降序列的数目在减少但其下降量在增加，则这两个指数会是相悖的。

在没有讨论两类指数相悖的所有可能情况的条件下，在实践中它们是否实际相悖是一个实证问题。亚历山大(1958)以1919—1957年的大部分时间中联邦储备局(FRB)的15—26个工业生产指数的构成为基础比较了这两类指数。变化率指数被定义为FRB指数的一阶差分。这一比较导出这样的结论，"对转折点的预测而言，在扩散指数和总量的一阶差分之间的选择，几乎纯粹是为了使用上的便利。"①

应用与修正

在NBER指示器的所有应用中，这里仅描述其中的两个，它们提供了这些指示器在实际中如何工作的令人印象深刻的例证。穆尔(1980)把在1950年②所选取的21个指示器应用于1948—1975年以及1978年的各个时间序列。表2.1显示了这一研究的结果。先行和滞后组的行为正如所预期的那样，只有同步组的行为同预期情况有一些偏离。

图2.4也含有类似的信息。这三组指示器是根据商业部

① Alexander (1958), p. 634.

② 请参照前文。

表 2.1　1950年时选择和分类的3组指示器后来的情况

经济周期		平均先行(－)或滞后(＋)的月数					
		在峰点			在谷点		
峰 (1)	谷 (2)	先行组 (3)	大致同步组 (4)	滞后组 (5)	先行组 (6)	大致同步组 (7)	滞后组 (8)
1948年11月		－15	－3	＋2			
	1949年10月				－6	－1	0
1953年7月		－13	－2	＋2			
	1954年5月				－4	＋1	＋2
8月		－21	－6	＋2			
	4月				－2	0	＋2
1960年4月		－9	－4	＋2			
	1961年2月				－1	＋3	＋4
1969年12月		－8	－5	＋2			
	1970年11月				－2	0	＋15
1973年11月		－6	＋6	＋11			
	1975年3月				0	0	＋9

[资料来源] Moore (1980), p. 356.

所使用的方法建立的。正如穆尔(1980)所描述的,“这些指数在每个衰退期下降，在每个扩张期上升。它们的转折点的顺序……同1950年选定这些指示器时所预期的情况几乎没有差异。”①

自1938年以来，NBER、联邦人口调查局、商业部以及许多其他机构已经改进了美国的经济指示器。最初在1938年所设定的指示器一览表，在1950年、1960年、1966年和1975年作了修正。

① Moore (1980), p.358.

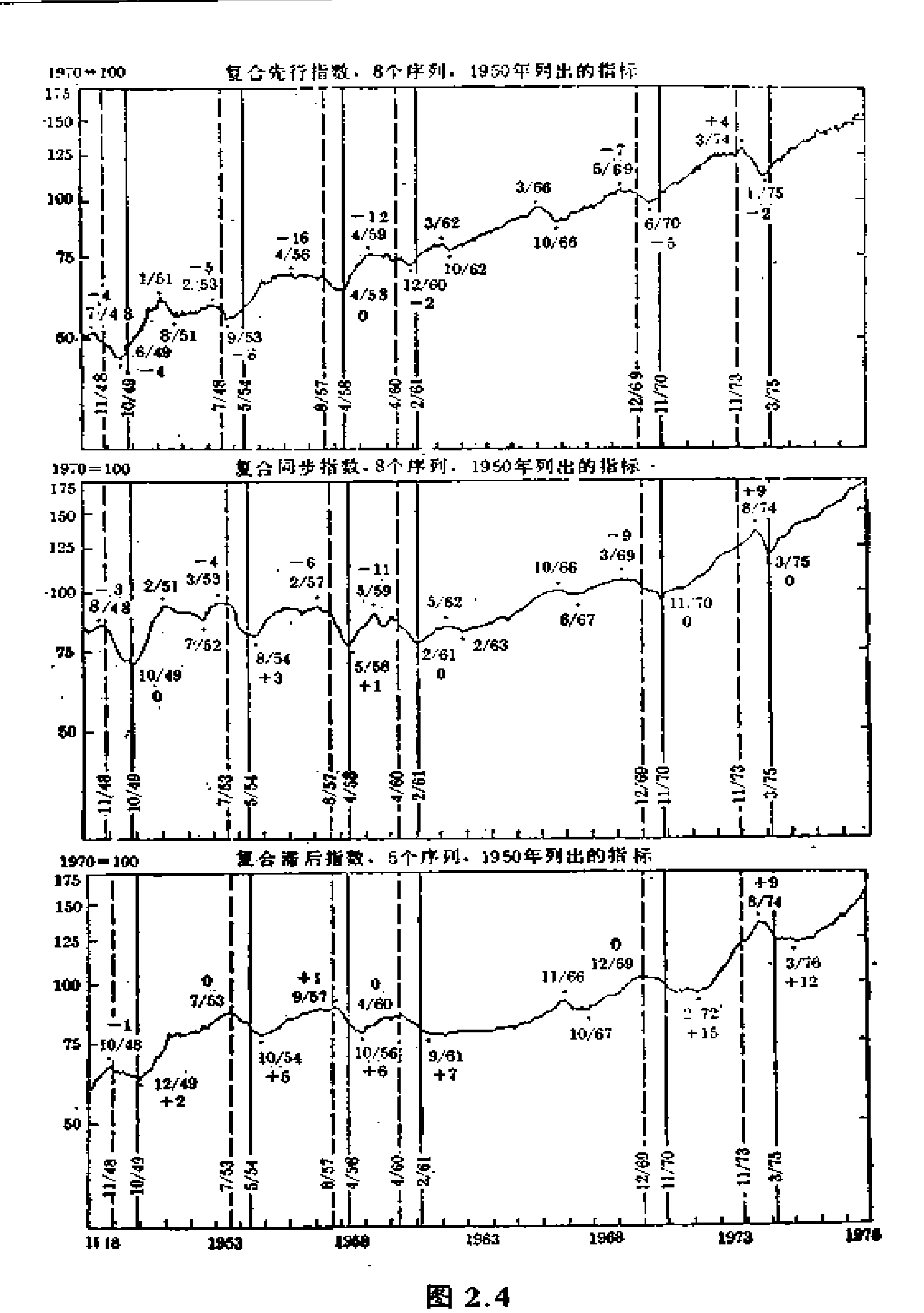


图 2.4

[资料来源] Moore (1980), pp. 359-61.

在构造这些指示器的过程中所做的改进与扩充可以通过比较1950年和1975年的先行、滞后和同步指示器的一览表(见表2.2)来加以说明。

表 2.2　1950年和 1975 年先行、同步和滞后指示器一览表的比较

BCD No.	1950年一览表中的原序列	BCD No.	1975年一览表中相应的或新的序列
	先行组		
1.	平均工作周，制造行业	1.	同前
	***	3.	停工率，制造行业
6.	新订单，耐用品，价值	8.	对日用品及材料的新订单(以1972年美元计算)
	***	32.	卖方实绩
13.	新公司，数目	12.	每月企业净增数
9.	商业和工业建筑合同，建筑面积	20.	关于厂房设备的合同与定单(以1972年美元计算)
n.a.	住宅建筑合同，建筑面积	29.	新建筑许可证，私人住宅单元，数目
	***	36.	已有的和正在定购的存货净变化(以1972年美元计学)
n.a.	批发价格指数，二十八种基本商品	92.	敏感性价格的变化
n.a.	工业普通股股票价格的道·琼斯股票指数	19.	500 种普通股股票价格的标准指数和波尔指数
			***
14.	破产企业的债务		
	***	104.	流动资金的变化率
	***	105.	货币供给(M_1)(以1972 年美元计算)
	大致同步组		
41.	非农企业的就业状况	41.	同前

37. 失业状况，人数	***
16. 公司税后利润	***
n.a. 除纽约外的银行借方款项	57. 制造业和贸易的销售额(以1972年美元计算)
47. 工业生产指数	47. 同前
200. 国民生产总值(GNP)	***
335. 批发价格指数，工业商品	***
***	51. 个人收入减转移支付(以1972年美元计算)
滞后组	
223. 个人收入，价值	***
54. 零售额，价值	***
66. 消费者分期付款债务	95. 比率，消费者分期付款债务比个人收入
***	72. 商业和工业贷款余额
67. 企业贷款的贴现率	109. 由银行承担的优惠贷款利率
n.a. 制造商的存货，帐面价值	70. 制造业和贸易存货（以1972年美元计算）
***	91. 平均失业持续时间
	62. 每一单位产出的劳动力成本，制造业

[资料来源] Moore(1980), p. 375.

在此表中，两个一览表所包含的许多序列基本上是相同的。的确，除了一个例外，在1950年一览表中属于先行组的所有序列基本上也都在1975年一览表的相应组中。同时，所作的修改是细节上的，如用一个序列取代另一个序列，把一个序列分为两个序列，用月度序列代替季度序列，等等。因此，虽然这种修正改善了 NBER 指示器的手段，但它们并没有改变其概念。

德国的指示器

哈佛晴雨表和NBER的研究都引起了国际上的关注，构造经济指示器的思想也因此广为传播。在所有为发展指示器所作的尝试中，本书仅提一下德国应用的两种方法。第一种方法直接来源于哈佛晴雨表。虽然这一晴雨表由于缺乏理论基础和实验依据而受到广泛批评[斯代尔(1928)，盖特(1931)]，位于柏林的经济周期研究所(Deutsches Institut für Konjunkturforschung)仍倾向于建立一个更为广泛的指示器体系。该研究所所长瓦格曼(1928)对哈佛晴雨表提出的批评，① 不是出于理论或方法论上的原因，而是由于其缺乏普遍性。根据他的观点，只有一个由不同晴雨表构成的相互关联的体系才能可靠地用来为诊断的目的服务。

瓦格曼所描述的晴雨表体系由大量的时间序列构成，这些序列最初被置于8个晴雨表之中。这些晴雨表涉及到下列经济行为：

1. 生产
2. 就业
3. 存货
4. 对外贸易
5. 企业计划，包括：
   ——长期信贷
   ——新订单
   ——就业
6. 信贷

① Wagemann (1928), p. 114.

7．“三个市场晴雨表”，包括下列市场的价格运动：

——普通股票

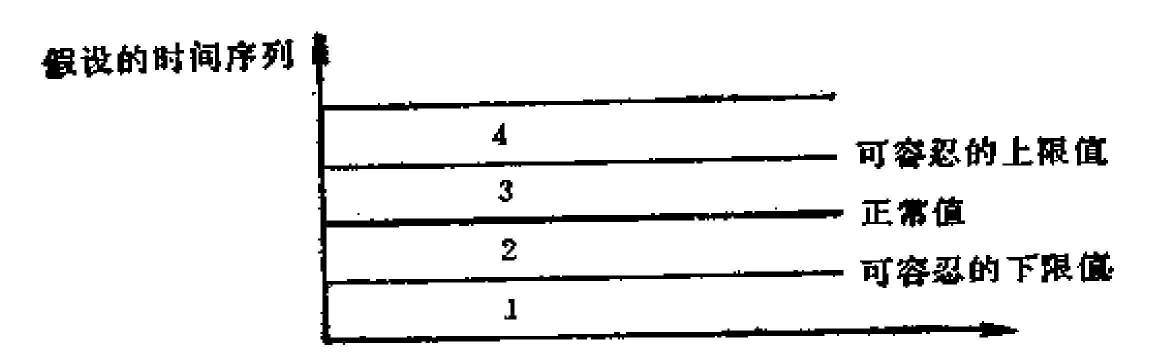
——商品

——短期信贷

8．商品

研究者打算通过将所有这些晴雨表的结合起来提供一个关于当前经济事件的分地区和分时域的描述。当然，最终也希望这一晴雨表体系能用于预测——同哈佛晴雨表的情形相类似。

第二次世界大战后，德国“专家委员会”又拾起了构造晴雨表的思想[Sachverständigenrat(1970)]。该委员会构造了一个基于12个时间序列的指示器，这些时间序列的范围从超过每工作小时工资的新定货量到失业工人人数。对于其中的每一个序列，都能找到这样一个区域，它由可容忍度的一个下关键值和一个上关键值所限定。在此区域内一个正常值被确定下来。因此，每一个序列都可以根据它在此区域中的行为来评价。它可以根据下图被赋值：



例如，如果一个假设的时间序列的值处在或超过了其可容忍的上限值，则它可以被评价为“4”。所有单个值的平均值便是经济活动的经济指示器。图2.5表示了1959～1970年

间该指示器的情况。后来这一指示器不再使用，主要是由于它缺乏实用性和可靠性。

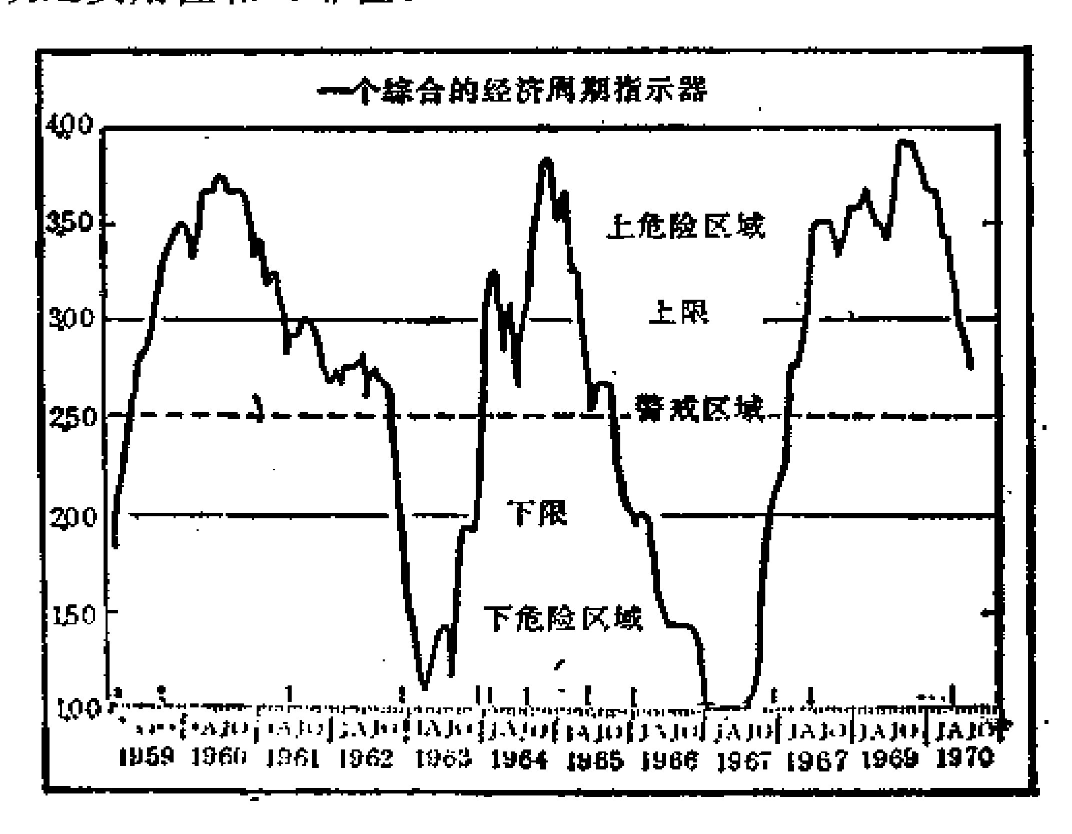


图 2.5

[资料来源] Sachverständigenrat (1970), p. 52.

在慕尼黑的IFO研究所也提出了一种在概念上有所不同的经济指示器。①它定期对几千家企业调查有关新定货量以及他们是如何评价当前经济形势等情况。根据调查结果，该研究所开发了一个指示器，它提供了一份关于当前经济形势的定性评价。

利用指示器进行诊断和预测

① 关于 IFO 研究所经济指示器研究的一个很好的综述，请参见Striqel (1977)。

至此，对经济指示器的应用所作的讨论主要集中在为经济事务的当前状态提供信息方面，却很少提及应用这些指示器进行预测的可能性。但是，后一种应用是否合理是一个颇多争论的问题，并且也是方法论的一个基本问题。为了澄清这一问题，请考察以下关于指示器的定义：

经济指示器指出了经济事务的已知状态。虽然此定义似乎有些模糊，但它明确了两个关键点：第一，指示器是指出而非解释；第二，它指出的是已知的情况。

上面这种定义的指示器可以从两方面同晴雨表进行比较。① 首先，这个技术性仪表仅仅指示大气压力的水平；特别要注意的是，它并不解释为什么大气压力会达到这一水平以及大气压力是如何达到这一水平的。其次，它指出的是大气压力的当前水平。只有在合理地解释此晴雨表的指示量时，才能冒险地作一个预测。把晴雨表用于一个不同的场合可以清楚地表明后面这一解释对于预测是必需的：如果晴雨表被用来测量山坡的海拔高度，由于缺乏任何其他有意义的解释，它只能测量海拔高度。

同样的推论可以用于经济指示器。严格地说，这样的指示器仅能提供有关过去的信息，在最好的情况下也只能反映出当前经济事件的状况。如果它们被用于预测，则必须将它们以清楚易懂的方式嵌入某种经济理论之中。库普曼斯(1947)② 在对伯恩斯/米切尔(1946)的工作进行回顾时，在他

① DeFoville (1888)在他的论文“Essai de météorologie économique et sociale”中，建议把晴雨表、温度表和湿度表引入到经济观测中。因此，下面的见解也同样适于湿度表、温度表等等。

② 同样比较库普曼斯和维宁之间的论战。[Koopmans (1949)& Vining (1949, a ,b)]

的著名论文"没有理论的测量"中，在一个更广泛的范围内表达了这一观点。根据他的观点，一些类似伯恩斯/米切尔所提出的指示器的概念一般都缺乏理论基础。这一不足是特指经济预测而言的：

"在他们的书中没有迹象表明他们认识到这样一个问题，即确定结构方程的可识别性和度量结构方程是特别重要的预测的前提。……在对经济变量运动的研究中，它们仿佛是神秘火山的喷发，它那沸腾的大锅似乎永远也看不透。"[Koopmans(1947),p.195]

从根本上说，人们应该赞同库普曼斯的观点。解释隐含着预测，而(科学的)预测隐含着解释，两者是一块硬币的两面。而且，解释意味着理解，而理解则来源于理论，并根据理论来表述它自己。确实，这是一个方法论问题。有兴趣的读者如要对此问题作深入细致的探讨，可以参见波普尔(1934)。

除了在这里难以得到最终解决的方法论问题之外，另一点也应该受到重视。从直觉上看，先行、滞后和同步指示器的概念表明这一思想可以用于预测。的确，在日常生活中，正如经济报刊所提到的，经济指示器被用来进行预测。这确实不是在每一场合都完全无意义的，从理论的观点看，这无疑涉及到对这些指示器的正确解释。

不太重要的最后一点是，指示器是否至少能够指示当前的转折点，这个问题也是应该考虑的。对此问题的回答，严格地说是否定的。因为，在这一问题中，在语义的背后仍然隐藏着预测问题。要确定一个峰顶或谷底是否出现无疑需要有关未来发展的知识。关于一个时间序列现在已经到达一个

峰顶或谷底的叙述不可避免地要强调从现在起它将向下运动或向上运动，而这恰恰是指示器自身所不能回答的。

生产能力的利用率

利用指示器测量经济活动提供了描述总体经济形势的可能性：产量、价格、要素投入、就业、银行债务、库存、证券交易成交额、利润以及工资只是能够被制作成经济指示器的经济范畴中的几个。只要人们仅想得到一个关于经济状况的说明性描述，这种对数据的收集和整理也许是充分的，虽然在这一点上会出现方法论方面的异议。因为，如果假设“越多越好”是正确的，则最终必须收集实际上所有的经济数据。从另一方面考虑这一问题：在像测量经济活动这种简单的情况中，应该收集哪些数据将与理论上的考虑有关，而这些理论上的考虑本身又是根据这际问题确定的。

考察美国或德国二战以后的经济发展情况也许可以澄清这一问题。就业(失业)率在经济周期中波动的事实成为这些周期的首要因素。对于在大萧条期间(1929—1931年)，长期持续的高达劳动力总数25%的失业率所造成的社会损害和个人灾难的后果，人们至今记忆犹新，1945年后政治家们和公众增加了对失业率及其变化的关注。直接的结果便是1946年的“就业法”。其目的是要保持就业的高水平和由此导致的生产的高水平。保证这些目标得以实现的制度性安排是年度“总统经济报告”和经济顾问委员会。1967年西德根据所谓的

"稳定法"① 也建立了类似的制度，它涉及更广泛的经济范畴。根据该法律，政府必须把高就业率作为应遵循的经济目标之一。② 根据该法所建立的制度是"政府年度经济报告"(Jahreswirtschaftsbericht der Bundesregierung)和"专家委员会"(Sachverständigenrat)。③这些制度是协助政府遵循这些目标的手段。

当时，公众对高就业率是如此关注，尤其对于在经济周期中就业率是怎样受到影响的和什么样的稳定性政策能成功地使就业保持高水平这样的问题十分关心，因此经济周期现象受到越来越多的重视便不足为奇了。所以，就业率(失业率)本身或与之密切相关的经济量有时便被用于经济周期的测量。④ 在与就业密切相关的经济量中，国民生产总值(GNP)和它的变化率起着重要的作用。GNP和就业的相互关系主要是在凯恩斯主义经济学中得到阐明。如果生产能力没有得到充分利用，则GNP的增长(减少)必定伴随着就业的增长(减少)。因此，如果只强调在扩张期间就业增长的重要性，那么测量GNP的变化率便足够了。

这个观点在某种意义上是狭隘的。它仅仅考虑了实际已经发生的事件，而完全忽略了将来可能发生的事件。更精确地说，当所有的生产资源(包括劳动力)得到充分利用时，测量GNP或它的变化率不能提供任何关于此时GNP会怎样的说明。这一问题绝不仅仅是具有学术上的意义。请考察一下

① 参见Gesetz zur Förderung der Stabilität und des Wachstums der Wirtschaft.

② 其他目标是：价格水平的稳定性，国际贸易平衡，以及持续适度的经济增长。

③ 关于"经济顾问委员会"和"专家委员会"的比较，见wallich(1968)。

④ Gordon (1952)pp. 136 ff.

1956—1957年美国的衰退，以及随后到来的1958—1959年的繁荣。在这一繁荣的鼎盛时期，所有的生产资源并没有得到充分的利用。① 虽然所有测量经济周期的常规方法都指出了一个鼎盛时期的出现，从而或多或少显示了经济所处的有利状态，但是，未充分利用的资源应该能使经济体系生产出实际上更高的GNP(参见图2.6)。

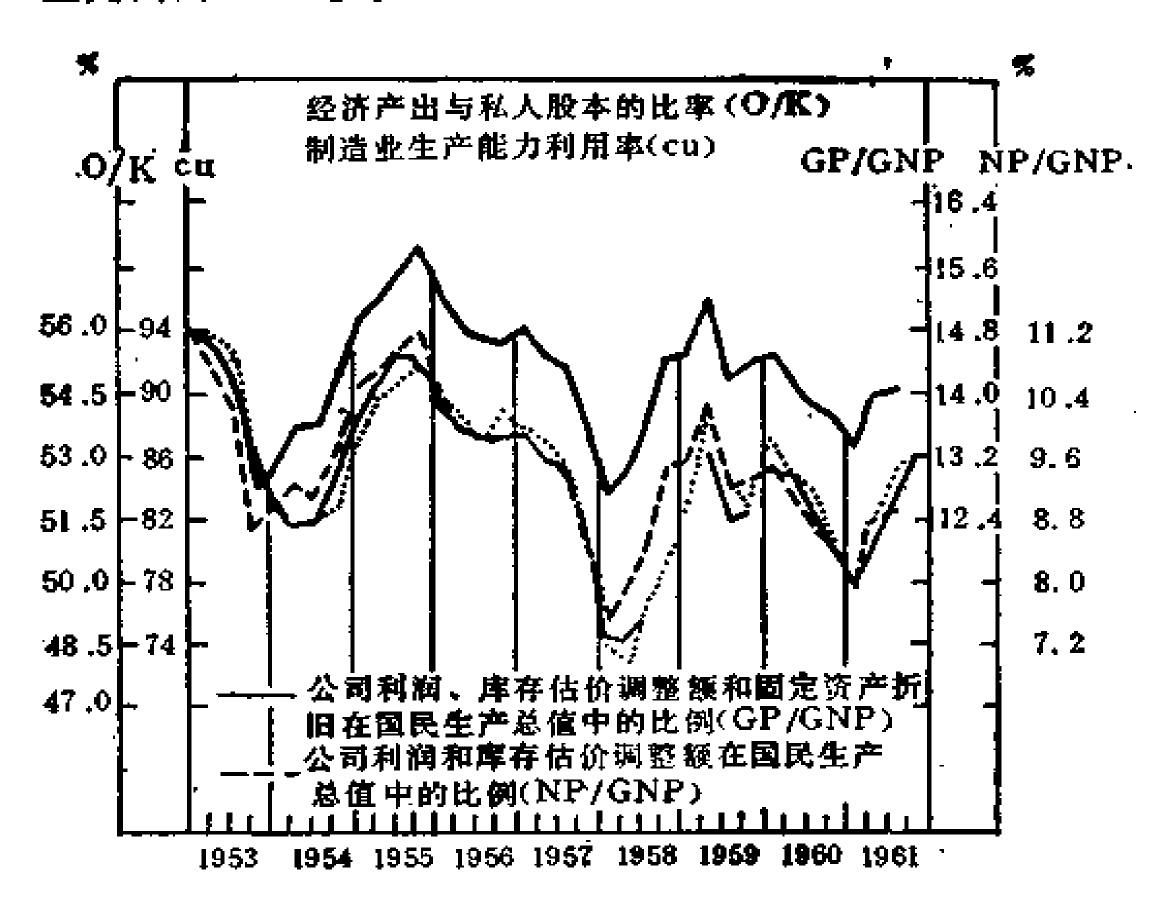


图 2.6 生产能力利用率与公司利润率

[资料来源] Economic Report of the President (1962), p. 56.

沿着这一推理线索，便导出了潜在GNP的概念，与由生产要素的实际利用所得到实际GNP相比，潜在GNP是由生产要素的充分利用而得到的。这里把实际GNP和潜在GNP的比

① Okun (1970), p. 40.

率定义为：

$$\lambda(t)=\frac{Y(t)}{Y_p(t)} \qquad (2.2.1)$$

其中$Y(t)$为实际GNP，$Y_p(t)$为潜在GNP。这个比例以及它的变化，可以用于“一般经济条件”的测量，即它可以用于经济周期的测量。

因为潜在GNP是一个理论概念，当应用不同的方法评估它的数值时，所得到的数值也将有所不同，由此将得出生产能力利用程度$\lambda(t)$的不同数值。因而，这将涉及重要的实际问题，例如充分就业预算盈余的程度、货币供给的计划变化率以及充分就业的目标都将取决于由$\lambda(t)$所表示的当前经济条件的状态。

以单一生产要素为基础的方法

测量生产能力利用率的较为简单的方法显然是仅考虑一个生产要素。自然，这个要素是劳动力或资本。以这两者为基础的方法都将在此简单地加以讨论。

劳动力

奥肯（1962）第一个提出了把劳动力作为相关的生产要素来测量潜在产量的方法。特别重要的是，他将偏离其潜在水平的实际产量和超过自然率的失业率联系了起来。他认为自然（失业）率为4%。基于多种统计估计，奥肯最后提出了产量、潜在产量和失业之间的如下关系：

$$Y_p=Y(1+0.032(u-4)) \qquad (2.2.2)$$

其中u是以百分数表示的失业率，Y_p和Y的定义同前。这意味着当失业率为4%的自然率时，实际和潜在产量是一致的。

然而，对于失业率超过4%之后的每一个百分点，潜在产量将会比实际产量高出3.2%。换句话说，失业率高一个百分点意味着GNP减少3.2%。①

失业和GNP损失之间的这种关系已经成为著名的“奥肯定律”。它对观察经济事件的当前状态有着相当大的实际影响。首先，它强调了经济的供给一方。因为随着劳动力、投资、技术的增加，经济的供给能力得以加强，所以需求一方应该至少有同量的增加，否则将会导致失业的上升。因此，实际GNP和收入的高水平并不一定说明经济处于满意的状态，也许它正处于下述状况，即如果失业率再低一些，经济状况会更好。

第二，关于经济状态的简单判断，即那种认为扩张是满意的而收缩则是不满意的看法，已为更复杂的产出缺口概念，(即潜在产量和实际产量之间的差额)所取代。只要这样的缺口存在，经济就处在扩张的轨道上。因而，对积极的经济政策的需求明显增加。只要产出缺口存在，就必须采取另外的经济行动直到使它最终消失。

资本

在上述概念把潜在GNP同劳动力联系在一起的同时，另一概念也已经被提出，它把潜在GNP同资本联系在一起。德国经济研究所(Deutsches Institut für Wirtschaftsforschung)的默顿斯(1961)和克伦格尔(1970)以及后来的德国专家委员会(1980)把潜在产量同资本总额以及它的生产能力联系了起

---

① 实际上，人们必须区分Y_p对Y的百分率和Y对Y_p的百分率。但是，在经验的范围内两个概念产生近似相同的结果，此差异可以忽略。

来。①

首先，假设来源于世界其他地区、政府部门、私人家庭以及非盈利机构的实际产量和潜在产量是完全相同的。专家委员会根据这一假设进行研究，可参见拉什/塔顿（1977，p.14)。因此，可以仅仅考虑私人经济部门的实际产量和潜在产量。

从潜在资本生产力 $k_p(t)$ 和实际资本存量 $K(t)$ 导出的这一部门的潜在产量 $\widetilde{Y}_p(t)$ 为：

$$\widetilde{Y}_p(t)=k_p(t)K(t) \qquad (2.2.3)$$

潜在资本生产力是根据下述方式推导出来的（参见图2.7)。

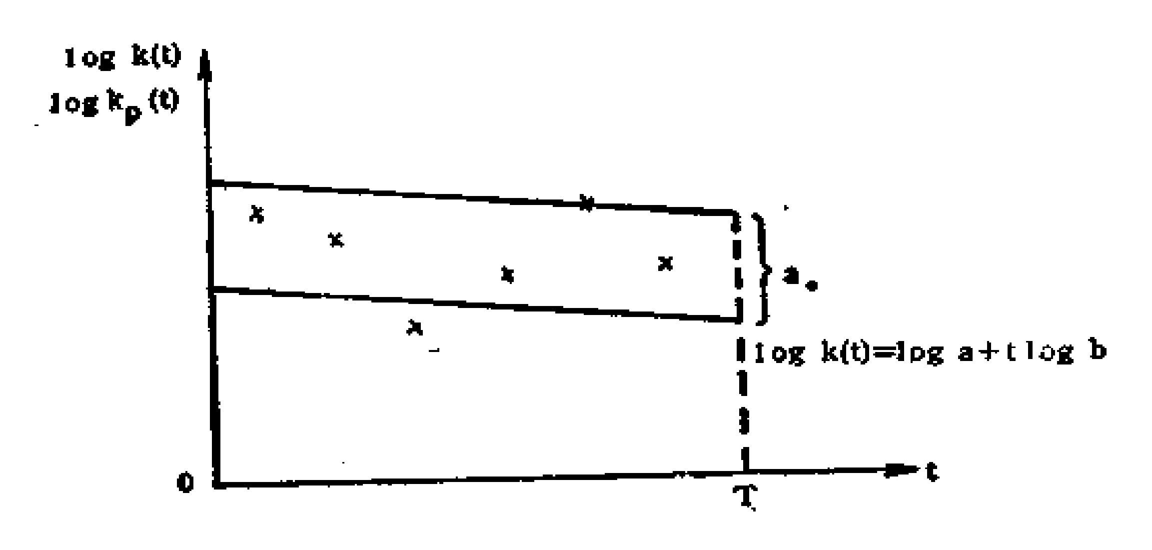


图 2.7 潜在资本生产力的推导

在参照时间区间[O,T]，实际资本生产力 $K(t)$ 是已知的；因此，呈对数趋势的函数

$$\log\widehat{k}(t)=\log a+t\log b \qquad (2.2.4)$$

能够被计算出来。此后，作一条与此函数平行的线，并且此

① 下面的表述依据德国专家委员会报告。

线与实际资本生产力相交，实际资本生产力是位于趋势函数最上方的那一点。这条新线表明了在参照区间内潜在资本生产力的发展。这两条线的距离为$a_0 = \max(\log k(t) - \log\hat{k}(t))$，$t \in [0, T]$。因此，潜在资本生产力$k_p(t)$由下面的方程确定

$$\log k_p(t) = a_0 + \log\hat{k}(t) \tag{2.2.5}$$

其中 a_0 和 t 的定义同前。在以这种方式确定了潜在资本生产力的趋势线之后，利用确定$\tilde{Y}_p(t)$的趋势线并加上其他部门的产量便可以容易地推导出潜在GNP的趋势线。

利用这种方法，德国专家委员会估算了1967—1980年间的潜在GNP以及实际GNP对潜在GNP的比率，其结果如图2.8所示。

图 2.8 上半部分本身已有注释；其下半部分需要作些解释。首先，实际GNP对潜在GNP的比率被解释为“生产能力的利用度”。它的上限为 1，因为实际资本生产力永远不会超过其潜在生产力，实际GNP永远不会超过潜在GNP。这种看法似乎认为生产能力是一个技术性词语——它不是在极端情况下不顾经济限制的最大“冲击性生产”，因而在任何情况下都不可能被超过，而是在“正常工作条件下”利用技术手段所能达到的最大生产量。不管怎么样，最后的限制条件在实践中是有意义的。

其次，根据显而易见的推论，$\lambda(t) = 1$被认为是表明了利用可获取的资源能够生产出的最高产量。然而，也可能出现这样的情况，即在某年$\lambda(t) = 1$，而事实上资源并未得到充分利用；它仅仅由于上一年和后一年的资源被利用得更少。因此，这种度量也许存在着过高估计“真实”的生产能力利用率的倾向。

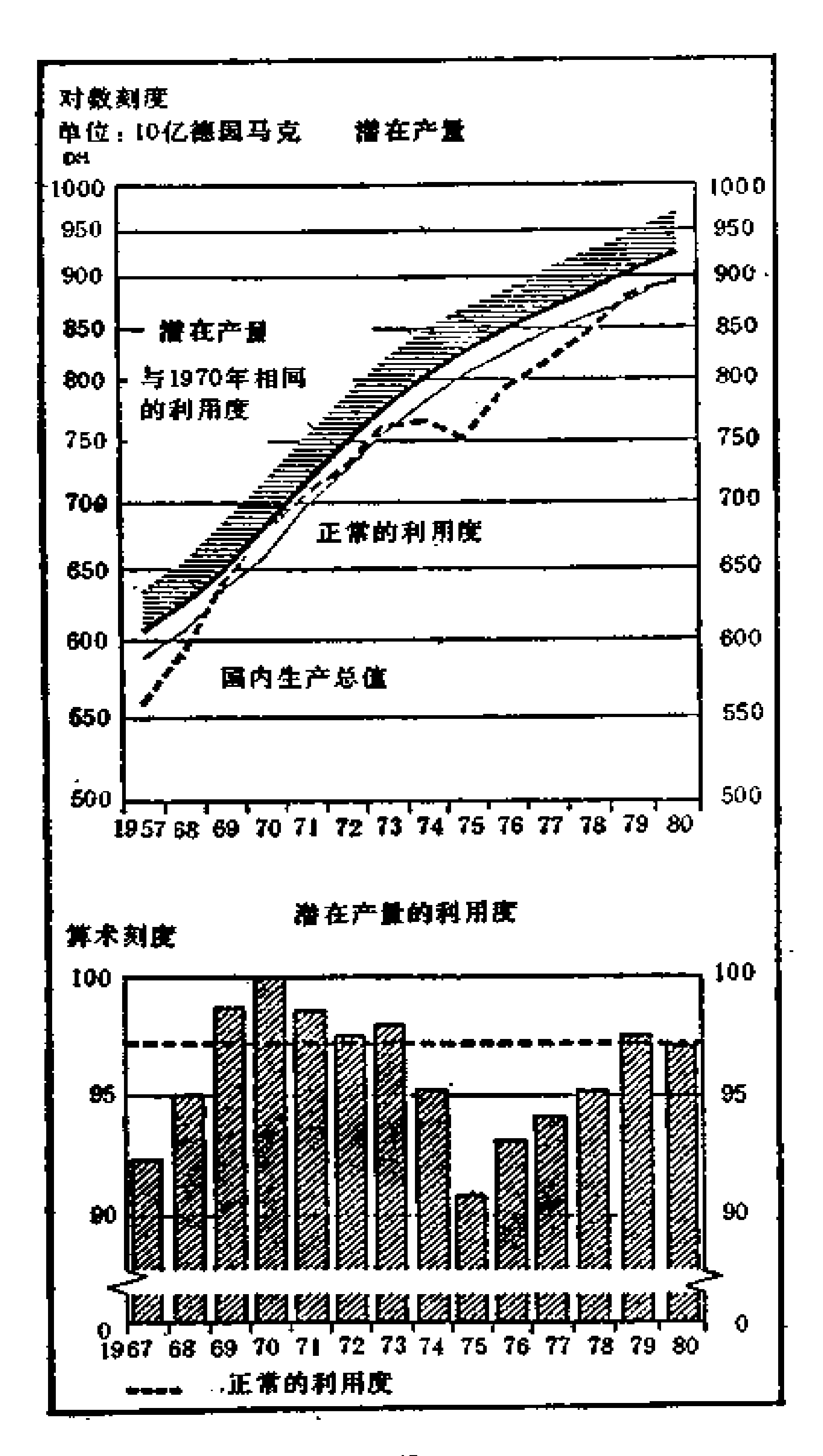


图 2.8

[资料来源] Sachverständigenrat (1980), p. 57.

最后，应该提到的是上述方法完全忽略了作为一种生产要素的劳动力。只有在确定生产能力利用率时考虑所有的或至少最重要的生产要素，其结果才能够建立在坚实的理论基础上。在下面的讨论中，本书将介绍基于综合生产函数进行计算的方法。

基于生产函数的方法

基本概念

在下面的分析中，宏观经济学的生产函数和生产要素起着重要的作用。生产函数把实际 GNP，即 $Y(t)$，同实际生产要素 $L(t)$（劳动力）和 $K(t)$（资本）的投入联系在一起，即

$$Y(t)=f(L(t),K(t)) \tag{2.2.6}$$

同样，潜在 GNP，即 $Y_p(t)$，也能够由一等价的生产函数同各个潜在值 $L_p(t)$ 和 $K_p(t)$ 联系在一起

$$Y_p(t)=f_p(L_p(t),K_p(t)) \tag{2.2.7}$$

假设 $f(\cdot)$ 的一个计量经济学估计 $\hat{f}(\cdot)$ 能够作为 $f_p(\cdot)$ 的一个可信的近似值，我们就可以从以下途径着手分析：必须测算所有生产要素，具体地说即劳动力和资本的潜在值。然后，这些估计值必须被代入到经验生产函数中以求出潜在产量。

从刚刚描述的过程看，确定潜在 GNP 的问题已经被转换成主要是确定生产要素的潜在值。另外，选择劳动力和资本以外的其他生产要素以及选择 $f(\cdot)$ 的不同形式，例如科布一道格拉斯生产函数或 CES 生产函数，将影响潜在 GNP 的结果。

资本总量、劳动力和时间趋势

虽然生产能力是一个相当陈旧的概念，但是 CEA 对潜

在产量的评价①引起了对这一领域的进一步研究。具体地说，利用生产函数估计潜在GNP的想法被提了出来。这类估计大多数②使用宏观经济学生产函数，都把资本、劳动力以及时间趋势(它可以被解释为技术进步)作为生产要素。

除了理论上的优点之外，这一估计潜在产量的方法具有重要的实际意义，这表现在它已被有影响的政策机构所采纳。1973年，德国中央银行(Deutsche Bundesbank)③公布了它基于科布—道格拉斯生产函数对潜在GNP的估计，而1977年经济顾问委员会④也使用一生产函数对它过去关于潜在GNP的估计作了修正。1982年奥地利采纳了这一方法，用于估计潜在GNP。⑤下面的讨论将概述德国中央银行所使用的方法。

首先，必须注意的是，德国中央银行把潜在产量解释为在平均利用生产要素的状况下所能生产的产量。这样它抛弃了根据在经济周期内生产能力的最大利用程度测量潜在产量的概念。利用这种方式，其他经济问题(如价格稳定性和国际贸易平衡关系)显然便可以包含在潜在产量的概念之中。CEA也以类似方法把潜在产量定义为：⑥

"……在生产要素(劳动力、资本和自然资源)可支撑的高利用水平的假设条件下利用已有的技术能够生产出的产量。它并不代表在战时或总需求的其他非正常状态下产生的绝对

① Economic Report of the President (1962), pp. 49ff.

② Kuh (1966), Thurow/Taylor (1966), Black/Russel (1969), Schönfeld (1967).

③ Deutsche Bundesbank (1972), pp. 28-34.

④ Economic Report of the President (1977), pp. 45-57.

⑤ Breuss (1982).

⑥ Economic Report of the President (1977), p. 52.

最高生产水平，而是代表了在比较正常的状态下从可以获得的高利用率中所预期能达到的生产水平。”

由于考虑的是“生产的正常状况”，因而，未充分利用时期以及超额利用时期就另当别论了。实际上，这意味着生产能力利用率不再受上限为1（见上节）的限制，它可以大于1，以表明生产能力的超额利用。

德国中央银行以下面的方式进行潜在GNP的估计：第一步，它利用GNP、劳动力和资本的实际值估计出1960—1972年间的科布—道格拉斯生产函数。其结果是

$$Y(t)=.183K(t)^{.378}L(t)^{.689}e^{.014t},\quad R^2=.998$$
$$DW=1.93 \qquad (2.2.8)$$

现在回过头来谈一下这一实际生产函数中各变量的单位。$Y(t)$代表以1962年价格计算的10亿德国马克为单位的GNP。$K(t)$代表实际被利用的资本总量，它被定义为

$$K(t)=\lambda_K(t)K_p(t) \qquad (2.2.9)$$

其中$K_p(t)$为以10亿德国马克（1962年价格）为单位的资本总量，$\lambda_K(t)$为资本总量的利用率。这一利用率已经从位于慕尼黑的IFO研究所引入。它是IFO研究所对德国加工工业综合研究的结果。$L(t)$代表实际劳动力时间，单位是10亿小时。

第二步，把生产要素的潜在值代入等式（2.2.8）的生产函数中，求得潜在GNP。因此，如果生产函数被给定，则对资本和劳动力潜在值的估计就相当于对经济生产能力的估计。因为这一生产能力被认为是适用于“生产的正常状况”，所以必须求出生产要素适当的潜在值。德国中央银行利用实用的方法解决了这一问题，即把资本和劳动力实际值的移动平均值作为相应的潜在值。其结果如表2.3所示。

表 2.3

年份	资本			劳动力		
	实际值	潜在值	利用度	实际值	潜在值	利用度
	$K(t)$ (10亿DM*)	$K_p(t)$ (10亿DM*)	$\lambda_k(t):=K(t)/K_p(t)$ (%)	$L(t)$ (10亿小时)	$L_p(t)$ (10亿小时)	$\lambda_L(t):=L(t)/L_p(t)$ (%)
1962	1.070	1.074	99.6	56.4	56.4	100.1
1963	1.124	1.143	98.3	55.8	56.1	99.4
1964	1.222	1.212	100.8	55.8	55.8	100.0
1965	1.300	1.272	102.2	55.9	55.4	100.9
1966	1.330	1.342	99.2	55.2	54.7	100.9
1967	1.313	1.425	92.1	52.7	54.2	97.3
1968	1.492	1.513	98.6	53.0	53.7	98.6
1969	1.650	1.611	102.4	53.0	53.5	100.0
1970	1.746	1.706	102.4	54.2	53.5	101.2
1971	1.784	1.798	99.3	53.8	53.5	100.5
1972	1.855	1.879	98.7	53.1	53.2	99.8

* 1962年价格

[资料来源] Deutsche Bundesbank (1973), pp. 29-31.

此表给出了生产要素在1962—1972年间的利用情况以及它们在此期间的增减状况。总的说来，在此期间可用资本增加，可用劳动力减少，而两个要素的利用率则表现出一种周期行为。

把上述资本和劳动力的潜在值代入到先前导出的生产函数等式(2.2.8)中，便可以得到潜在GNP。表2.4显示了这些计算结果。

图2.9表示实际和潜在GNP的增长以及表2.4中所列出

表 2.4

年份	GNP 实际 $Y(t)$ 10亿DM*	GNP 潜在 $Y_p(t)$ 10亿DM*	利用度 $\lambda(t):=Y(t)/Y_p(t)$ %
1962	360.9	361.8	99.8
1963	373.3	379.9	98.3
1964	398.5	397.8	100.2
1965	421.0	414.3	101.6
1966	433.0	431.2	100.4
1967	432.1	450.4	95.9
1968	462.9	471.0	98.3
1969	500.9	494.6	101.3
1970	530.6	519.6	102.1
1971	544.4	545.0	99.9
1972	560.4	567.7	98.7

* 1962年价格

[资料来源] Deutsche Bundesbank(1973), p.29.

的生产能力利用度 $\lambda(t)$ 的周期行为。

能源作为另一生产要素

拉什和塔顿 (1977) 推进了基于生产函数的潜在 GNP 概念，他们把能源作为另一个生产要素引入了生产函数。在1973年的石油价格冲击之后，能源供给条件在美国经济中以及在西欧和世界其他地区都发生了激烈的变化。因此，在1973年之后的年份中，假设能源供给条件的变化能够足以为资本存量的变化所弥补将是不合理的。所以上述两位作者在下面的科布—道格拉斯生产函数中把能源作为构成生产函数不可

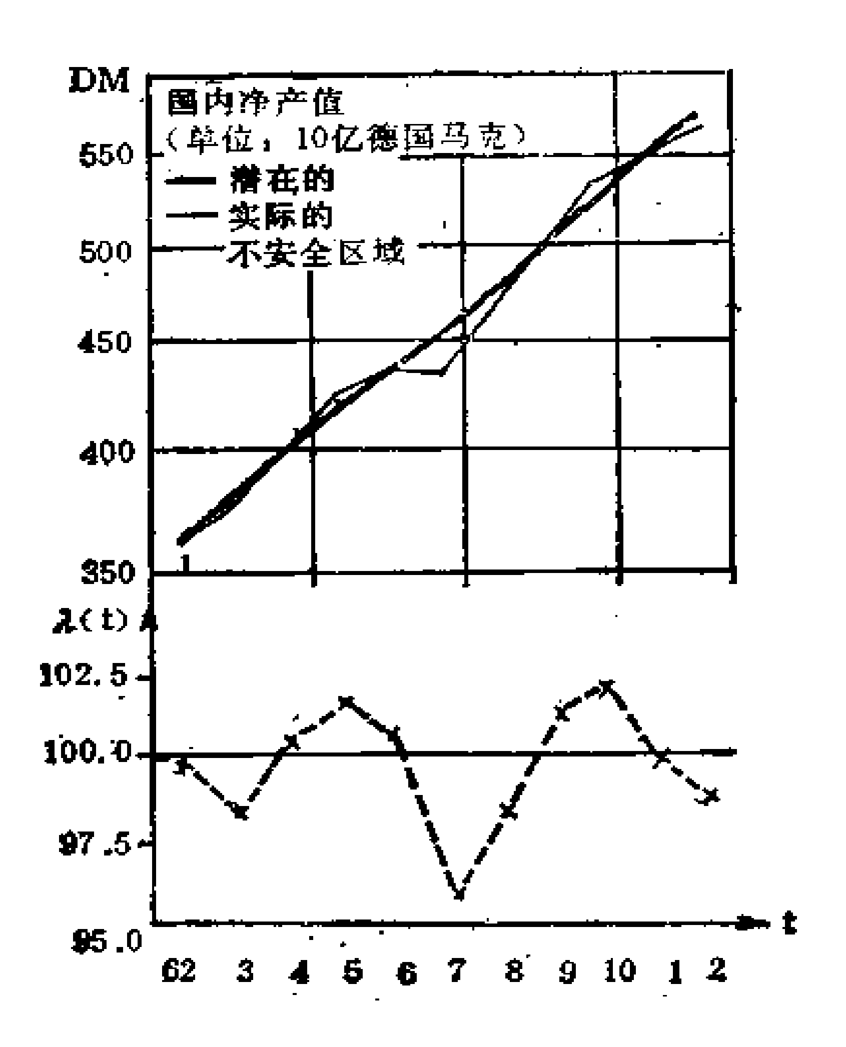


图 2.9

[资料来源] 上部：Deut Sche Bundesbank (1973), p.33.
下部：自己的计算。

缺少的一部分。

$$Y(t)=AL(t)_{a}K(t)^{\beta}E(t)^{\gamma}e^{rt},\ \alpha+\beta+\gamma=1 \qquad (2.2.10)$$

其中A是单位因子，$E(t)$为能量资源流，r为未来增长率，其他符号的定义同前。① 在测算这一函数时，作者以一种直接的方式对待能源流。由于缺乏数据，他们假设能源投入

① 实际上，作者对私人经济部门和经济的其他部门作了区分，但为了评述的目的，我们忽略了这一差异。

遵循利润最大化原则，因此

$$pE=p\frac{\partial Y}{\partial E}=p\gamma\frac{Y}{E} \qquad (2.2.11)$$

必定成立，其中 pE 为能源价格，p 为产出的价格。从(2.2.10)－(2.2.11)中他们推导出

$$Y(t)=(\bar{A}L(t)^{\alpha}K(t)^{\beta}(p/pE)^{\gamma}e^{rt})^{\frac{1}{1-\gamma}},$$

$$\bar{A}:=A\gamma^{\gamma}. \qquad (2.2.12)$$

这一生产函数是利用1949—1975年间的年度数据来进行估计的。

资本和劳动力的潜在值是从联邦储备局和CEA所公布的数据中推导出来的。把这些潜在值和价格比 p/pE 代入到生产函数(2.2.12)式中，它的系数如前所述是从经验中估计出来，这样便求出了潜在 GNP。

两位作者得出的重要结果是，潜在 GNP 比利用 CEA 方法测算出来的潜在 GNP 低。因而，考虑能源因素时的生产

表 2.5 以1972年美元对美国潜在 GNP 和相应的生产能力利用率的比较测量

年份	旧CEA		新CEA		拉什/塔顿		实际GNP
	$Y_p(t)$ 10亿美元	$\lambda(t)$ %	$Y_p(t)$ 10亿美元	$\lambda(t)$ %	$Y_p(t)$ 10亿美元	$\lambda(t)$ %	$Y(t)$ 10亿美元
1973	1265.4	97.6	1228.2	100.6	1249.2	98.9	1235.0
1974	1315.9	92.3	1271.7	95.5	1257.8	96.5	1214.0
1975	1368.6	97.1	1316.9	90.5	1283.8	92.8	1191.7
1976	1421.2	89.0	1363.6	92.7	1324.6	95.5	1264.6

[资料来源] Rasche/Taton(1977)，p.20及自己的计算。

能力利用率$\lambda(t)$比不考虑能源因素时的生产能力利用率高。表2.5概括了这些发现。

“旧CEA”是根据奥肯定律得出的，“新CEA”是使用生产函数的测算结果，但没有把能源作为一种生产要素。

如果把根据不同测算方法得到的不同生产能力利用率进行比较，两种CEA测算结果所显示的经济状况比拉什和塔顿的测算结果所表明的状况显然要差一些。这对于测量经济周期和实际经济政策有显著的影响：以导出生产能力利用率的理论模型为依据，经济周期将或多或少地表现得剧烈一些。例如，如果人们以为即将发生一次严重衰退的测算是正确的，而比较恰当的测量则仅仅表明这是一次轻微的衰退甚或并无衰退，那么同这次所谓的严重衰退进行斗争除了导致额外的通货膨胀压力以外将一无所获。这意味着，减少不存在的产出缺口的努力不仅会失败，而且将会对经济产生不利的影响。

德国中央银行[Deutsche Bundesbank (1981)]也接受了把能源作为生产函数的一个生产要素的思想。同拉什和塔顿一样，它也使用了科布—道格拉斯生产函数

$$Y=AK^{\alpha}L^{\beta}E^{\gamma}e^{rt}$$

其中所有的符号都同前一样，除了能源投入是直接以物理量测量的以外。经过这一扩展，计算过程基本上同上一小节相同。它所得到的生产能力利用率$\lambda(t)$如图2.10所示。

沃顿学院指标与调查

虽然根据生产函数测算生产能力利用率的方法在理论上是最令人满意的，但还有其他一些具有独特优点的方法。

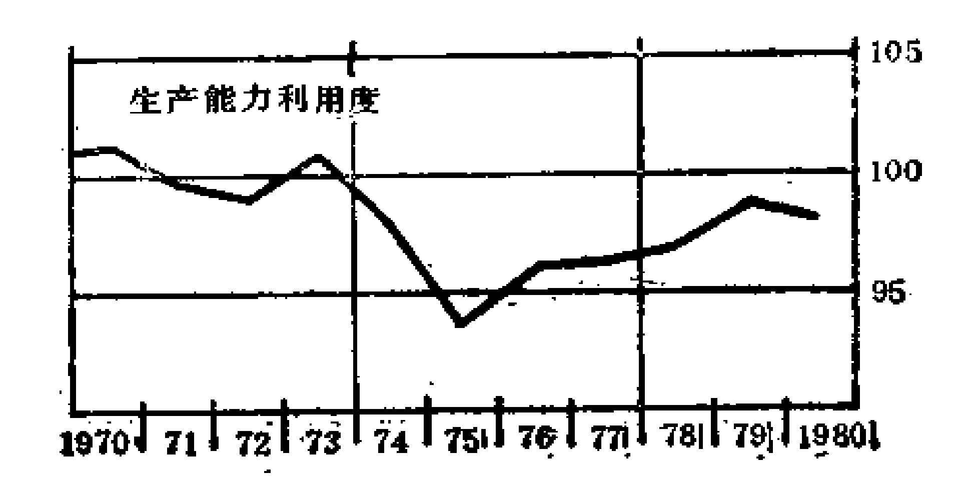


图 2.10

[资料来源] Deutsche Bundesbank (1981), p. 33.

沃顿学院指标

这一指标是由克莱因(1964)提出的，其主要优点是它的简洁性。简单地说，一有关的经济时间序列的最近期的两个周期峰值被用直线联结起来(见图2.11)。为了便于描述，把GNP作为图2.11中的有关经济变量，① 其中当年点用 τ 标

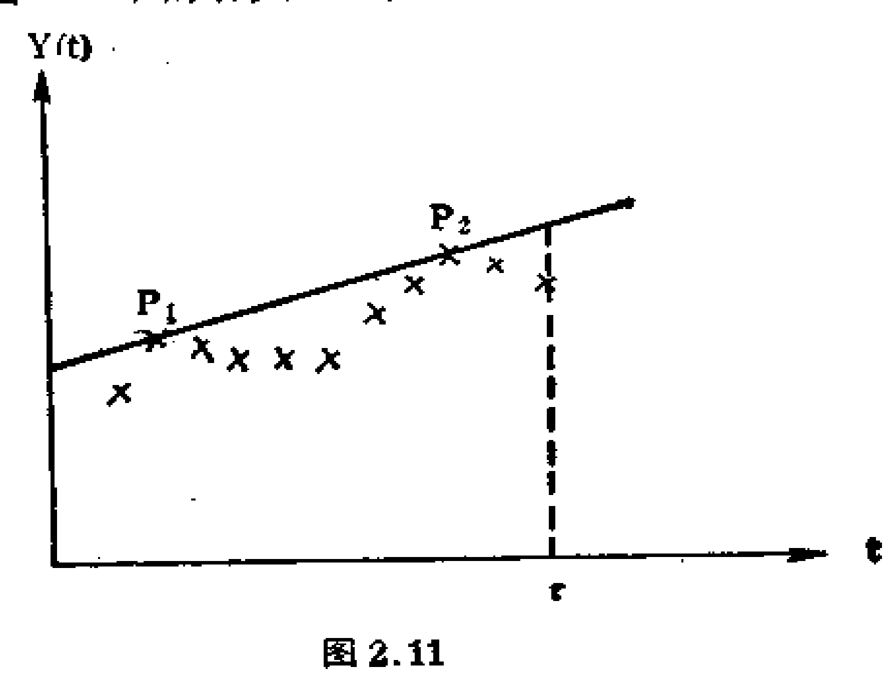


图 2.11

① 事实上，使用了联邦储备局的工业生产指数的组成元素。

识、最近期的两个峰值用 P_1 和 P_2 标出。因此，通过这两点的直线被解释为生产能力线。从这一解释中可以推得实际GNP同由生产能力线指出的潜在GNP的比率便表示了生产能力利用率。

虽然这一方法具有令人高兴的简单性，但一些严厉的反对意见也是针对这一点的[如菲利普斯(1963)]。主要的反对意见是，在周期的峰值点生产能力不一定得到充分的利用。周期峰值仅仅是局部最大值(如在生产方面)因而经济是否在充分利用生产能力的状态下运行仍是一个悬而未决的问题。事实上，克莱因和普雷斯顿(1967,p.35)曾提到，"……经济学家一般都认为从1957—1959年衰退中的复苏是不完全的，随后在许多部门出现的峰值代表了实质上生产能力未充分利用的状况。因此，生产能力利用状况的沃顿学院指标可以被认为在1958—1959年以后具有乐观的倾向。"

总之，克莱因和普雷斯顿(1967)主要是依据上一节的精神提出了一种以生产能力概念为基础的生产函数。把这种新的测量同老的沃顿学院指标相比较，进一步证实了后者具有乐观的倾向，并且数值要大一些。

调查

估计生产能力利用状况的另一种途径是直接进行经济调查。克里斯蒂亚诺(1981)区分了两种类型的调查。在第一种类型的调查中所提出的典型问题是："你的公司目前是在什么样的生产能力利用率的状况下运行?"答卷被用来以一种相当直接的方式计算特定行业的生产能力利用率。有几个经济机构就使用这种调查，像慕尼黑的经济研究所(IFO)、美国商业部和美国人口调查局。

第二种类型的调查仅仅估计处于生产能力充分利用状态的企业的百分率。典型的问题将是："你的公司是在全部生产能力状态下运行吗？"有两个可能的答案："是"和"不是"。很明显，这种调查获得的信息比第一种调查要少。特别地，从那些回答"不是"的企业的答卷中得不到任何关于实际生产能力利用率的信息。

克里斯蒂亚诺(1981)详细地讨论了这种方法的优缺点。仅仅应该注意的是这种方法主要受到生产能力的未充分定义和回答者的主观倾向的不利影响。要么是"生产能力"的意义完全没有定义，要么是它的定义太精细、太复杂。无论在哪一种场合，回答都将受到回答者对"生产能力"的主观理解的影响。另外，这一主观和含蓄的定义也将受到回答者的特定环境的影响。例如，在高需求时期，边际的厂房、设备和劳动力也许被包括在关于全部或正常生产能力的隐含定义之中，而在低需求时期则不会发生这种情况。

3

依赖冲击的经济周期理论

如果对于合理的参数值，周期的产生依赖于模型本身不能解释的刺激，这个经济周期模型就是依赖冲击的。虽然本章的大部分模型也能够产生稳定和发散振荡，但经济理论对它们的有效参数区域作了限定，因而它们仅能产生围绕稳定平衡点的衰减振荡。为了呈现持续的波动，这些模型通常需要有不断变化的外生作用力，它们使模型的平衡趋势发生扰动。仅仅作为一个例外，对于一定的参数区域这些模型能够在仅有一个初始外生扰动的情况下产生持续振荡。

我们将根据其数学形式区分依赖冲击的经济周期模型，即这些模型是基于离散时间概念还是基于连续时间概念。这样做主要是出于技术上的考虑，因为分析同种时间概念的不同模型所使用的数学工具是十分相似的。

本章主要包括乘数-加速数模型，它们是“传统的”经济周期的数学模型。作为这类模型的典型，我们将介绍萨缪尔森和希克斯

的基本方法。随后，我们将介绍希克斯的非线性高限-低限模型（基本上仍然是一个依赖外生作用力的模型）和卡莱茨基的投资延迟模型，以及对这两个基本模型的一些修正。

依赖冲击的离散模型

离散时间是指时间被依次划分为有限等长度的时段 t。一个时段的长度通常是这样定义的，即使得在每一时段期间每一经济活动能够发生一次。处理离散时间概念的数学工具是差分方程或差分方程系统，它同微分方程相反，微分方程表达连续时间概念（即在连续时间概念中，离散时间模型的时段长度无限小，因而在连续时间刻度上仅被视为一个时点）。由于离散方程的数学方法在许多宏观教科书中都有介绍，因而我们假定读者都熟悉求解这些方程的基本方法。在下面的论述中，重要的数学特征通常是一笔带过，而不作详细的展开。[1]

线性周期模型

基本萨缪尔森模型

为了建立一个具有可能振荡的特征的动态系统，萨缪尔

---

[1] 关于差分和微分方程的介绍可以参考下列著作：Allen (1965, 1967), Dernburg/Dernburg (1969), and Baumol (1958)，他们详细阐述了这里描述的几种老的模型。对数学更感兴趣的读者可以参考：Coddington/Levinson (1955) and Boyce/Diprima (1977)。

森提出了一个简单的宏观经济模型，它综合了两方面的作用：一方面是当今标准凯恩斯主义收入理论中著名的乘数，另一方面是加速原理。

设 Y_t 代表 t 时的国民净产值，C_t 代表 t 时的消费，I_t 代表净投资。

假定 t 时的消费 C_t 依赖于前期的净产值：

$$C_t=c_0+cY_{t-1}\quad c_0\geqslant 0,0<c<1 \qquad (3.1.1.1.1)$$

在宏观经济学文献中，这种延迟结构通常称为罗伯逊延迟，并可以用几种方式加以解释，例如，在一时段末支付工资，适应性预期，等等。

假定投资由两部分构成，一部分为引致投资 I_t^{ind}，另一部分为自发投资 I_t^a。设自发投资为常数：$I_t^a=I^a=$ 常数。

假定引致投资遵循加速原理①。这一原理的基本性质是，投资(即资本存量的变化)不仅取决于一个或几个变量(利率、资本价格、需求等)的绝对数值，而且也取决于这些变量在过去的变化。

萨缪尔森提出了净投资对上期消费需求变化的依赖关系：

$$I_t^{ind}=\beta(C_t-C_{t-1}),\beta>0 \qquad (3.1.1.1.2)$$

其中系数 β 为加速数。②

总的净投资为

$$I_t=I^a+\beta(C_t-C_{t-1}) \qquad (3.1.1.1.3)$$

---

① 加速原理起始于克拉克(1917)。

② 注意，为了事先了解现期的消费需求，投资者必须知道消费者的消费函数。可以选择的假定是，在投资决策制定之前，总消费需求是有效的。

商品市场的均衡如下式所述：

$$Y_t = C_t + I_t \tag{3.1.1.1.4}$$

这样，每一时段的国民净产值为

$$Y_t = c_0 + cY_{t-1} + I^a + \beta(C_t - C_{t-1}) \tag{3.1.1.1.5}$$

在代入之后，它便产生了二阶非齐次差分方程

$$\begin{aligned} Y_t &= c_0 + cY_{t-1} + I^a + \beta(c_0 + cY_{t-1} - c_0 - cY_{t-2}) \\ &= c_0 + I^a + c(1+\beta)Y_{t-1} - c\beta Y_{t-2} \end{aligned}$$

或者

$$Y_t - c(1+\beta)Y_{t-1} + c\beta Y_{t-2} = c_0 + I^a \tag{3.1.1.1.6}$$

其特解(即 Y_t 的平衡值)为

$$\overline{Y} = \frac{c_0 + I^a}{1 - c}. \tag{3.1.1.1.7}$$

设 $Y_t = u_t + \overline{Y}$，并将其代入到(3.1.1.1.6) 式中即得齐次差分方程

$$u_t - c(1+\beta)u_{t-1} + c\beta u_{t-2} = 0 \tag{3.1.1.1.8}$$

它描述了 Y 随时间变化而偏离其平衡值的过程。

(3.1.1.1.8)式的解为①

$$u_t = m_1\lambda_1^t + m_2\lambda_2^t, \quad \lambda_1 \neq \lambda_2$$

或 (3.1.1.1.9)

$$u_t = (m_1 + tm_2)\lambda^t, \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$$

其中 m_1 和 m_2 为待定系数，λ_1 和 λ_2 为下列特征方程的根

$$\lambda^2 - c(1+\beta)\lambda + c\beta = 0 \tag{3.1.1.1.10}$$

它是由把试验解 $u_t = \lambda^t$ 代入(3.1.1.1.8) 式推导出来的。(3.1.1.1.10)式的解可以写为

---

① 比较Allen(1963), pp. 187ff.

$$\lambda_{1,2}=\frac{c(1+\beta)\pm\sqrt{(c(1+\beta))^2-4c\beta}}{2} \qquad (3.1.1.1.11)$$

最后，(3.1.1.1.6)的通解可以写为

$$Y_t=m_1\lambda_1^t+m_2\lambda_2^t+\overline{Y},\ \lambda_1\neq\lambda_2$$

或

$$Y_t=(m_1+tm_2)\lambda^t+\overline{Y},\ \lambda_1=\lambda_2=\lambda \qquad (3.1.1.1.12)$$

其中，m_1 和 m_2 的选取要使方程满足初始条件值 Y_0 和Y_1。

显然，边际消费率C和加速数β决定了(3.1.1.1.11)式中根的数值。进一步的检验表明，C和β的符号并不能保证特征方程的根是实数。

首先考虑下面的情况

$$(c(1+\beta))^2\geqslant 4c\beta$$

或

$$c(1+\beta)^2\geqslant 4\beta \qquad (3.1.1.1.13)$$

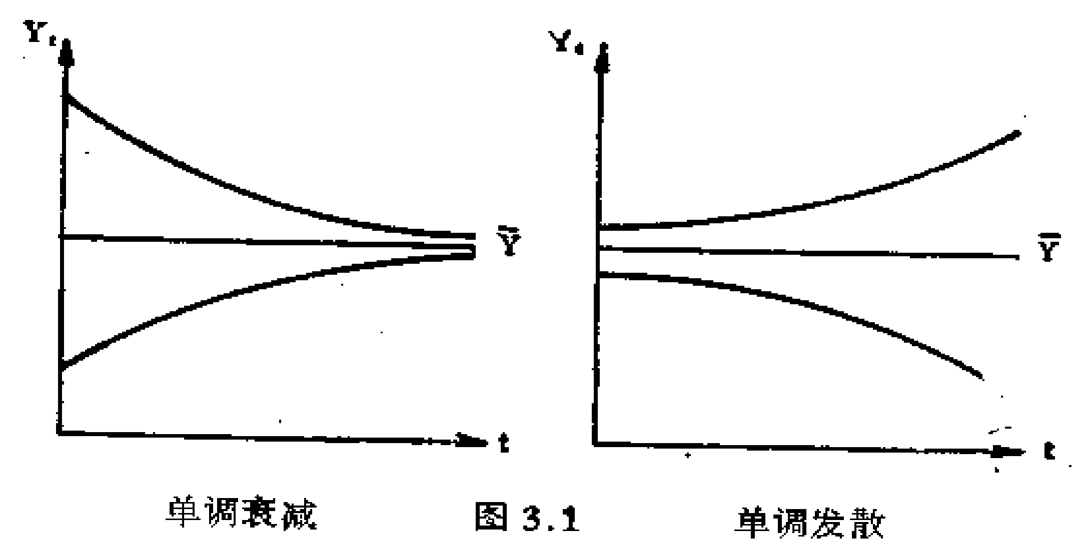
这时根为实数。首先假定根 $\lambda_{1,2}$ 不相等。系统将要么发散，要么衰减，这取决于其强根(即绝对值最大的根)。把根代入(3.1.1.1.9)式中，即可说明系统的运动将是衰减的(或发散的)，如果其强根小于(或大于) 1 。检查衰减和发散行为的相关参数域，并不一定要直接考查(3.1.1.1.11)式，所谓的“舒尔判定条件”①为单调衰减行为提供了充分必要条件，因而只要检查 $c(1+\beta)<2$ 是否成立就足够了。不难看出，这个不等式同实根条件一起能够推得$\beta<1$：

$$c(1+\beta)^2>4\beta\Rightarrow 2>c(1+\beta)\Rightarrow 2>c\ (1+\beta)>\frac{4\beta}{1+\beta}\Rightarrow\beta<1$$

因此，当 $c\leqslant 1$ 且 $\beta<1$ 时，系统行为是单调衰减的。另一种

① Dernbuıg/Dernburg (1969),pp. 216ff.

情况，当$c \leqslant 1$且$\beta > 1$时，强根将大于1，因而系统将单调发散(见图3.1)。



单调衰减　　图3.1　　单调发散

在单调衰减和单调发散运动的边界处，即系统的定常情况，两个根必定是$\lambda_{1,2}=1$。但这只能是这种情况，即在(3.1.1.1.11)式中$c(1+\beta)^2=c\beta$使得$\lambda_{1,2}=c(1+\beta)/2$。从$c(1+\beta)^2=c\beta$和$c(1+\beta)=2$可以推得，在系统处于定常情况时$\beta=c=1$。在这一等值根情况下的通解为$Y_t=(m_1+tm_2)\lambda^t+\bar{Y}$，如果此解要满足定常解的条件$\lambda=1$，则可推得$m_2=0$。

$\lambda \neq 1$时也可能会出现等根的情况。例如，把$\lambda>1$代入$Y_t=(m_1+tm_2)\lambda^t+\bar{Y}$中，即见$\lambda^t$项强于$tm_2$项，以致于$Y_t$随时间而增长。① 因此，在等值根的条件下，涉及到根$\lambda_1=\lambda_2$量值的结论同前面强根情况时的结论相同。

第二，考虑情况

$$c(1+\beta)^2<4\beta \qquad (3.1.1.1.14)$$

即复根情况。

特征根能够可写作

① Allen (1963) p. 188.

$$\lambda_{1,2}=\frac{c(1+\beta)\pm\sqrt{4c\beta-(c(1+\beta))^2}\sqrt{-1}}{2} \quad (3.1.1.1.15)$$

或

$$\lambda_{1,2}=a\pm bi$$

其中，
$$a=\frac{c(1+\beta)}{2}$$

$$b=\frac{\sqrt{4c\beta-(c(1+\beta))^2}}{2}$$

$$i=\sqrt{-1}$$

因为复数可以被理解为(a,b)平面中的向量，所以表达式$a\pm bi$可以被重写为①

$$a\pm bi=\mathrm{mod}(\cos\theta\pm i\sin\theta) \quad (3.1.1.1.16)$$

其中 $\mathrm{mod}=\sqrt{a^2+b^2}$为模，即在此平面上原点到$(a,b)$或$(a,-b)$点之间的欧几里德距离；$\theta$为上述距离线同$a$轴之间的夹角(见图3.2)。

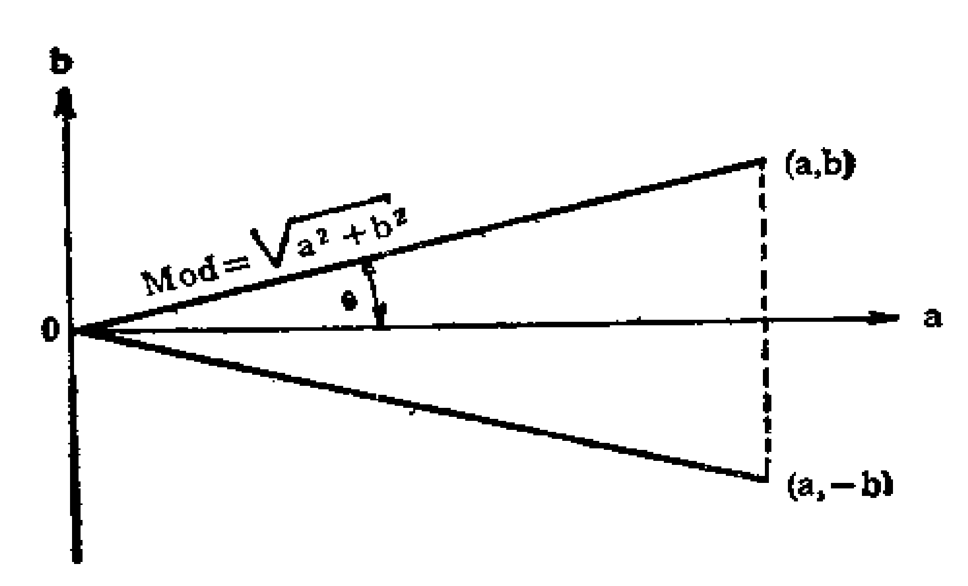


图 3.2 复根的模

① Dernburg/Dernburg (1969), p. 144ff.

根据梯摩弗定理，② 方程解 $u_t = m_1\lambda_1^t + m_2\lambda_2^t$ 可写成

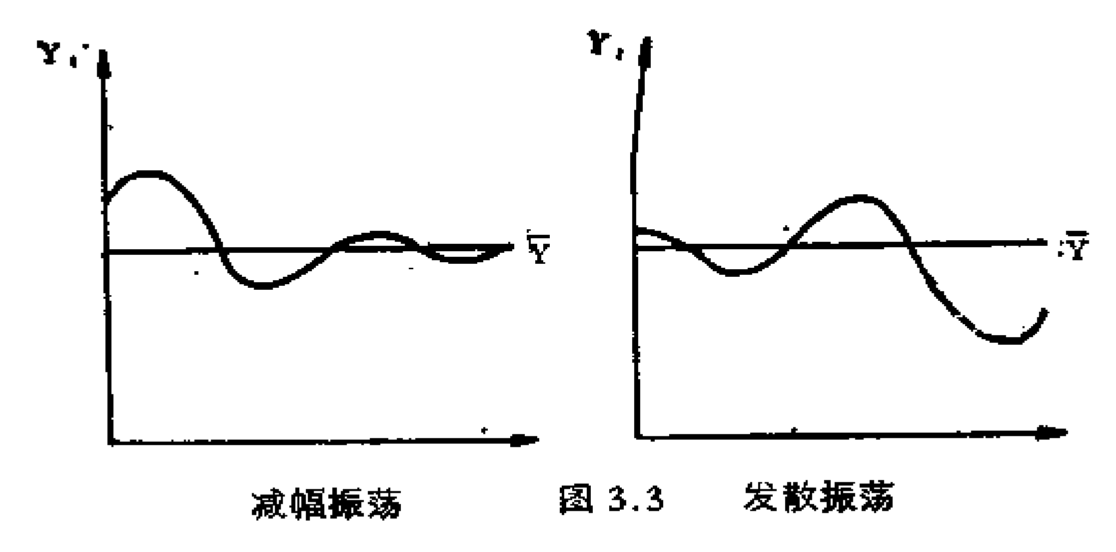
$$\begin{aligned} u_t &= m_1\lambda_1^t + m_2\lambda_2^t \\ &= m_1(\mathrm{mod}(\cos\theta + i\sin\theta))^t + m_2(\mathrm{mod}(\cos\theta - i\sin\theta))^t \\ &= \mathrm{mod}^t(m_1(\cos\theta t + i\sin\theta t) + m_2(\cos\theta t - i\sin\theta t)) \\ &= \mathrm{mod}^t((m_1 + m_2)\cos\theta t + (m_1 - m_2)i\sin\theta t) \end{aligned} \quad (3.1.1.1.17)$$

或者，因为 $(m_1 + m_2)$ 和 $(m_1 - m_2)i$ 为依赖初始值的常量，则

$$u_t = \mathrm{mod}^t(n_1\cos\theta t + n_2\sin\theta t) \quad (3.1.1.1.18)$$

括号内的项表示一个三角波动运动，其每一完整周期的频率长度为 $360°/\theta$。

显然，模是控制波动振幅的变量：若 mod＝1，则将出现围绕特解 $\bar{Y}$ 的等幅振荡。若 mod＞1（或＜1），则振荡将会是增幅的（或减幅的）（见图3.3）。



减幅振荡　　图 3.3　　发散振荡

因为 $\mathrm{mod} = \sqrt{a^2 + b^2}$，所以可以根据下式确定不同参数域的边界

$$1 = \frac{(c(1+\beta))^2}{4} + \frac{4c\beta - (c(1+\beta))^2}{4} = c\beta \quad (3.1.1.1.19)$$

② 梯摩弗定理叙述的是 $(r(\cos\theta + i\sin\theta))^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$。参见 Goldberg (1958), p. 139。

因此，根据 $1/c \underset{<}{\overset{>}{=}} \beta$ 的不同情况，系统的振荡将会是增幅的、等幅的或减幅的。

总之，表 3.1 列出了参数域及它们对系统动态行为的影响。

表 3.1

实根 $c(1+\beta)^2 \geqslant 4\beta$	复根 $c(1+\beta)^2 < 4\beta$
$c \leqslant 1, \beta < 1$,　I 单调衰减	$1/c < \beta$,　IV 发散振荡
$c = 1$，$\beta = 1$，II 定　　常	$1/c = \beta$,　V 等幅振荡
$c \leqslant 1$，$\beta > 1$，III 单调发散	$1/c > \beta$,　VI 衰减振荡

图3.4描绘了这些不同的区域。

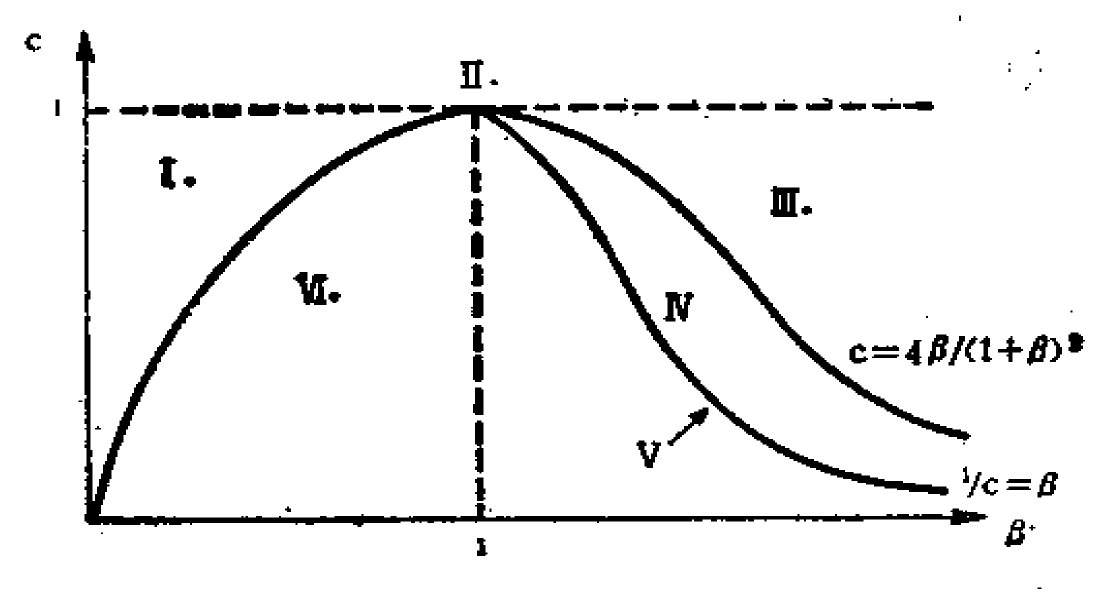


图 3.4　萨缪尔森模型中的参数域

希克斯线性加速数

希克斯(1950)对基本萨缪尔森模型的形式结构进行了微小的调整。希克斯用投资函数

$$I_t^{ind}=\beta(Y_{t-1}-Y_{t-2}) \qquad (3.1.1.2.1)$$

取代了投资函数

$$I_t^{ind}=\beta(C_t-C_{t-1})$$

即投资不仅取决于消费的变化，而且也取决于总需求的变化。

虽然这仅仅是性质上的微小变动，但是，由于希克斯模型揭示了线性动态模型对于模型的精细结构分类的灵敏性，以及由于在分析参数域时希克斯模型需要一种略有不同的技术，因而有必要对此模型作进一步说明。

遵循同3.1.1.1节同样的过程，希克斯模型也导出了一个二阶差分方程

$$Y_t-(c+\beta)Y_{t-1}+\beta Y_{t-2}=c_0+I^a \qquad (3.1.1.2.2)$$

(3.1.1.2.2)式齐次部分的特征方程为

$$\lambda^2-(c+\beta)\lambda+\beta=0 \qquad (3.1.1.2.3)$$

其根为

$$\lambda_{1,2}=\frac{(c+\beta)\pm\sqrt{(c+\beta)^2-4\beta}}{2} \qquad (3.1.1.2.4)$$

根为实数，只要

$$(c+\beta)^2\geqslant 4\beta \qquad (3.1.1.2.5)$$

或

$(c+\beta)\geqslant\sqrt{4\beta}$，相应地， $1-2\sqrt{\beta}+\beta\geqslant 1-C$ (3.1.1.2.6)

因为当

$(1-\sqrt{\beta})^2>(1-c)$ 以及当 $(\sqrt{\beta}-1)^2>(1-c)$，(3.1.1.2.7)

时，上述不等式成立，所以当

$$\beta<(1-\sqrt{1-c})^2 \text{ 及 } \beta>(1+\sqrt{1-c})^2 \qquad (3.1.1.2.8)$$

时，根为实数。

为限定特征根的可能范围，考虑函数 $f(\lambda)=\lambda^2-(c+\beta)\lambda+\beta$，它的零根是(3.1.1.2.4)式的特征根。这一抛物线函数 $f(\lambda)$ 的极值由下式给定

$$\frac{df(\lambda)}{d\lambda}=2\lambda-(c+\beta)=0$$

$$\Longrightarrow \lambda_{min}=(c+\beta)/2>0 \qquad (3.1.1.2.9)$$

进而，验算函数 $f(\lambda)$ 在 $\lambda=0$，1 和 ∞ 时的值。

表 3.2

λ:	0	1	∞
$f(\lambda)$:	β	$1-c$	∞

为了保证根为实数 $f(\lambda_{min})$ 必须为负，以及对于上述关键值 $f(\lambda)$ 为正，因此，两个特征根要么在0到1之间，要么在1到 ∞ 之间。具体地说，如果 λ_{min} 在0到1之间，则对根 $\lambda_{1,2}$ 有 $0<\lambda_{1,2}<1$。同样，对 $1<\lambda_{min}<\infty \Rightarrow 1<\lambda_{1,2}<\infty$。

考虑两种可能的情况：

$$\beta<(1-\sqrt{1-c})^2 \text{ 和 } \beta>(1+\sqrt{1-c})^2 \qquad (3.1.1.2.10)$$

在 $\beta<(1-\sqrt{1-c})^2$ 时，把 $\beta=(1-\sqrt{1-c})^2$ 代入 (3.1.1.2.9)式中得到极值

$$\lambda_{min}=\frac{c+(1-\sqrt{1-c})^2}{2}=\frac{c+1-2\sqrt{1-c}+1-c}{2}$$

$$=1-\sqrt{1-c}<1 \qquad (3.1.1.2.11)$$

因此，两个根的范围是 $0<\lambda_{1,2}<1$，这时系统将呈现出单调衰减行为。

另一种情况，由 $\beta>(1+\sqrt{1-c})^2$ 导出

$\lambda_{min}=1+\sqrt{1-c}>1 \Longrightarrow 1<\lambda_{1,2}<\infty \Longleftrightarrow$ 发散行为。

在复根情况下，增幅和减幅振荡的参数域可根据下述情况加以区分，即是否有

$$\text{mod}=\sqrt{a^2+b^2} \quad \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} 1 \qquad (3.1.1.2.12)$$

其中

$$a=\frac{c+\beta}{2}$$

$$b=\frac{\sqrt{4\beta-(c+\beta)^2}}{2}$$

简单的检验表明

$$\text{mod}=\sqrt{\frac{(c+\beta)^2}{4}+\frac{4\beta-(c+\beta)^2}{4}}>1 \quad \forall \beta>1$$

$$(3.1.1.2.13)$$

和

$$\text{mod}\leqslant 1 \quad \forall \beta\leqslant 1$$

综上所述，由于复根的范围是

$$(1-\sqrt{1-c})^2<\beta<(1+\sqrt{1-c})^2 \qquad (3.1.1.2.14)$$

所以，当 $(1-\sqrt{1-c})^2<\beta<1$ 时，系统减幅振荡；当 $(1+\sqrt{1-c})^2>\beta>1$ 时，系统增幅振荡。

有关的参数值在表3.3中列出，并在图3.5中画出。

萨缪尔森和希克斯乘数一加速数模型之间的主要差别在

表 3.3

实　根 $(c+\beta)^2\geq 4\beta$	复　根 $(c+\beta)^2<4\beta$
$\beta<(1-\sqrt{1-c})^2$ I 单调衰减	$1>\beta>(1-\sqrt{1-c})^2$, IV 减幅振荡
$\beta=(1-\sqrt{1-c})^2, c=1$ 定　常　II	$\beta=1$　V 等幅振荡
$\beta>(1+\sqrt{1-c})^2$, III 单调增长	$1<\beta<(1+\sqrt{1-c})^2$ VI 增幅振荡

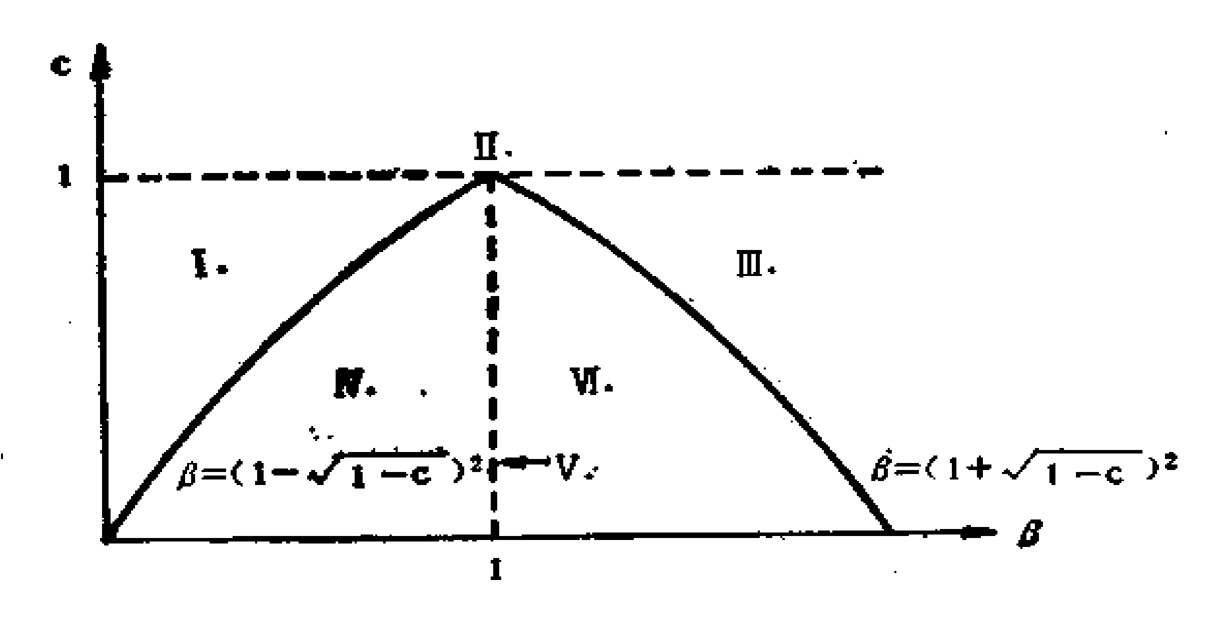


图 3.5　希克斯模型的参数域

于，在希克斯模型中，减幅和增幅振荡的边界仅取决于加速数 β，而在萨缪尔森模型中，此边界的确定受到 c 和 β 两者的影响。

对这两个基于乘数和加速数的基本模型的进一步扩展将

是不难进行的。在其他模型中可能出现的变化是：增长的自发投资情况，$I_t^a = I_0^a e^{rt}, r>0$；扩展消费延迟，$C_t = c_0 + c_1 Y_{t-1} + c_2 Y_{t-2}$；政府行为的引入，等等。

库存的影响

萨缪尔森和希克斯的模型都是非常简单的宏观经济模型，因为它们仅仅涉及消费和资本存量中的净投资。具体地说，库存被忽略掉了，并且预期至多也只是隐含地运用于分析之中。

梅兹勒(1941)研究了几个模型，它们主要涉及不同的库存假设和明显的预期对稳定性的影响。在梅兹勒提出的各种模型中，下面的模型是最令人感兴趣的。

为了简明起见，令资本中的投资为自发的，I^a＝常数。进而令 X_t^c 代表为满足预期消费需求的商品生产，且令 X_t^I 代表为满足库存水平的生产。

库存是一种安全缓冲器，因为企业难以肯定其销售预期是否正确。

假定企业计划把库存量 B_t^I 保持在一定的水平上，这一水平同现期的预期销售有某种比例关系：

$$B_t^I = kX_t^c, \quad k>0 \tag{3.1.1.3.1}$$

当现期的预期销售取决于上期已实现的销售，即 $X_t^c = C_{t-1}$，且消费函数是无延滞的，即

$$C_t = cY_t \tag{3.1.1.3.2}$$

时，库存的计划水平将是

$$B_t^I = kX_t^c = kC_{t-1} = kcY_{t-1} \tag{3.1.1.3.3}$$

由于销售预期可能是不正确的，因此，实际库存水平就可能不同于上期结束时的计划水平。

在 $t-1$ 期的计划水平是

$$B^I_{t-1}=kcY_{t-2} \qquad (3.1.1.3.4)$$

且预期销售为

$$X^C_{t-1}=cY_{t-2} \qquad (3.1.1.3.5)$$

但是，由于 $C_t=cY_t$，则实际销售为

$$C_{t-1}=cY_{t-1} \qquad (3.1.1.3.6)$$

因此，可能会出现销售额差异 $C_{t-1}-X^C_{t-1}=C(Y_{t-1}-Y_{t-2})$。由于超额需求会减少库存，因而在 $t-1$ 期结束时的实际库存水平为

$$B^I_{t-1}-c(Y_{t-1}-Y_{t-2})=kcY_{t-2}-c(Y_{t-1}-Y_{t-2}) \qquad (3.1.1.3.7)$$

为满足库存的生产量是本期计划水平同前期末实际水平之差：

$$\begin{aligned} X^I_t &= B^I_t-[B^I_{t-1}-c(Y_{t-1}-Y_{t-2})] \\ &= kcY_{t-1}-kcY_{t-2}+c(Y_{t-1}-Y_{t-2}) \\ &= c(k+1)(Y_{t-1}-Y_{t-2}) \end{aligned} \qquad (3.1.1.3.8)$$

从商品生产和资本投资中所得到的净收入为

$$\begin{aligned} Y_t &= X^C_t+X^I_t+I^a \\ &= cY_{t-1}+c(k+1)(Y_{t-1}-Y_{t-2})+I^a \end{aligned} \qquad (3.1.1.3.9)$$

或

$$Y_t-c(k+2)Y_{t-1}+c(k+1)Y_{t-2}=I^a \qquad (3.1.1.3.10)$$

因此，模型再一次被减化为一个系数为常数的二阶差分方程。

遵循3.1.1.1节的求解过程，其特征根为

$$\lambda_{1,2}=\frac{c(k+2)\ \pm\sqrt{c^2(k+2)^2-4c(k+1)}}{2} \qquad (3.1.1.3.11)$$

由于研究(3.1.1,3.10) 式动态行为的方法同研究 (3.1.

1.2.2)式动态行为的方法相同，所以下面的描述仅局限于比较两个方程的不同系数上。

在(3.1.1.2.2)方程同(3.1.1.3.10)方程中，可以相互比较的系数为

$$\left.\begin{array}{r}C+\beta\cong c(k+2)\\ \beta\cong c(k+1)\end{array}\right\}\Rightarrow\beta\cong c(k+1)\qquad(3.1.1.3.12)$$

在(3.1.1.2.2)式中，实根条件为

$$\beta<(1-\sqrt{1-c})^2\text{ 及 }\beta>(1+\sqrt{1-c})^2\qquad(3.1.1.3.13)$$

因此，对于(3.1.1.3.10)式，实根条件为

$$c(k+1)<(1-\sqrt{1-c})^2\text{ 及 }c(k+1)>(1+\sqrt{1-c})^2\qquad(3.1.1.3.14)$$

或单调衰减的条件为

$$k<\frac{(1-\sqrt{1-c})^2}{c}-1=\frac{1-2\sqrt{1-c}+(1-c)-c}{c}$$

$$=\frac{2((1-c)-\sqrt{1-c})}{c}\qquad(3.1.1.3.15)$$

及单调发散运动的条件为

$$k>\frac{2((1-c)+\sqrt{1-c}}{c}\qquad(3.1.1.3.16)$$

但是，由于 $0<(1-c)<1$，所以 $(1-c)<\sqrt{1-c}$，因此，在 k 为正值的情况下单调衰减行为的条件不能满足。因而，在实根的情况中，只有单调发散运动是有可能发生的。

在复根的情况中，由特征根方程(3.1.1.3.10)直接导出其模

$$\text{mod}=\sqrt{\frac{c^2(k+2)^2+4c(k+1)-c^2(k+2)^2}{4}}$$

$$=\sqrt{c(k+1)} \qquad (3.1.1.3.17)$$

因此，当$k<1/c-1$时，振荡是减幅的；当$k>1/c-1$时，振荡是增幅的。另外，参数域被汇总在表3.4中，并且在图3.6中画出。

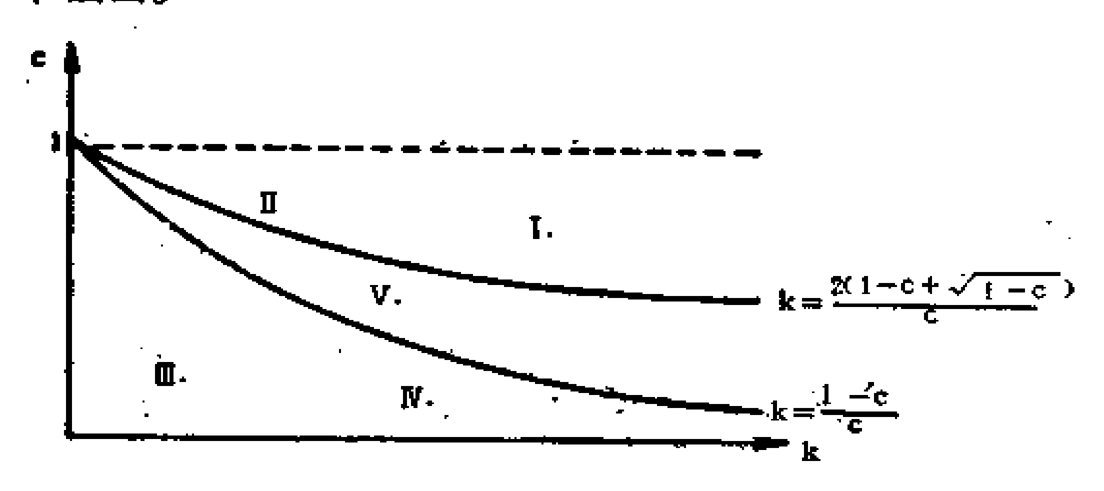


图3.6 梅兹勒模型的参数域

表3.4

实　　根 $c^2(k+2)^2\geqslant 4c(k+1)$	复　　根 $c^2(k+2)^2<4c(k+1)$
$k>\frac{2((1-c)+\sqrt{1-c})}{c}$ 单调发散　Ⅰ.	$k<(1-c)/c$ 衰减振荡　Ⅲ.
	$K=(1-c)/c$ 等幅振荡　Ⅳ.
$k=\frac{2((1-c)+\sqrt{1-c})}{c}$ 定　　常　Ⅱ.	$K>(1-c)/c$ 发散振荡　Ⅴ.

前面的分析已经表明，在凯恩斯主义的宏观模型中引入库存后可以得到同加速数假设相同的效果。人们经常强调当

经济正在波动时库存水平起着重要的作用，这是因为库存水平的变化可以被认为是经济活动的一个指示器。梅兹勒的例子说明，库存行为并不总是采取那种被动的方式，相反，就周期运动而言，库存的变化能够构成其基本的动态性能。

周期中的货币因素

建立能够产生周期运动的模型，并不一定必须回复到投资加速数。相反，一般来说，根据具有一定动态延滞结构的各种模型来阐述振荡是可能的。这一节所描述的模型将主要集中在周期的货币因素上，即货币的影响控制着系统的动态行为。

这一模型是以通货膨胀和生产能力利用率之间的替代关系(即修正的菲利普斯曲线)为基础的，它是由莱德勒提出的(1976年)。①

令 $M^d(t)$代表名义货币需求，$M^s(t)$ 代表名义货币供给，$p(t)$代表价格水平。

假设实际货币需求依赖于收入，即

$$\frac{M^d(t)}{p(t)}=Y(t)^\nu,\nu>0 \qquad (3.1.1.4.1)$$

其中 ν 为实际货币需求对实际收入的弹性。当 $M^s(t)$为外生给定时，货币市场的平衡条件是

$$M^d(t)=Y(t)^\nu p(t)=\overline{M}^s(t) \qquad (3.1.1.4.2)$$

进而令$\overline{Y}(t)$代表外生确定的充分就业时的产量，则比率

$$y(t)=\frac{Y(t)}{\overline{Y}(t)} \qquad (3.1.1.4.3)$$

① 在莱德勒的最初贡献中，所有的变量都是根据自然对数度量的。为了同前面的结果进行直接比较，在下面的表述中用反对数项进行表述。

可以用来度量生产能力利用度。

前面提到的修正的菲利普斯曲线可以根据下面的方式推导出来：令 g_p 为价格水平的增长率

$$g_p = \frac{p(t) - p(t-1)}{p(t-1)} \qquad (3.1.1.4.4)$$

再令 $\widehat{g}_p(t)$ 为增长因子

$$\widehat{g}_p(t) = 1 + g_p(t) = \frac{p(t)}{p(t-1)} \qquad (3.1.1.4.5)$$

莱德勒假定价格水平的增长因子依赖于$y(t)$和上期价格水平增长因子的预期值：

$$\widehat{g}_p(t) = y(t)^{\delta}\widehat{g}_p^*(t-1),\ \delta > 0 \qquad (3.1.1.4.6)$$

其中 $\widehat{g}_p^*(t-1)$ 为预期增长因子。

莱德勒对价格水平的对数假定了一个自适应预期形成过程，① 以反对数形式表示便可以将其导出

$$\widehat{g}_p^*(t) = \left(\frac{\widehat{g}_p(t)}{\widehat{g}_p^*(t-1)}\right)^{\varepsilon}\widehat{g}_p^*(t-1),\ \varepsilon > 0 \qquad (3.1.1.4.7)$$

代入(3.1.1.4.6)和(3.1.1.4.7)式可得

$$\begin{aligned}
\frac{\widehat{g}_p(t)}{\widehat{g}_p(t-1)} &= \left(\frac{y(t)}{y(t-1)}\right)^{\delta}\frac{\widehat{g}_p^*(t-1)}{\widehat{g}_p^*(t-2)} \\
&= \left(\frac{y(t)}{y(t-1)}\right)^{\delta}\left(\frac{\widehat{g}_p(t-1)}{\widehat{g}_p^*(t-2)}\right)^{\varepsilon} \\
&= \left(\frac{y(t)}{y(t-1)}\right)^{\delta}\left(\frac{y(t-1)^{\delta}\widehat{g}_p^*(t-2)}{\widehat{g}_p^*(t-2)}\right)^{\varepsilon} \\
&= \left(\frac{y(t)}{y(t-1)}\right)^{\delta}(y(t-1))^{\varepsilon\delta} \qquad (3.1.1.4.8)
\end{aligned}$$

① 请对照4.3.1节。

方程(3.1.1.4.8)便构成了莱德勒的修正的菲利普斯曲线，它也表达了广为接受的假设，即当生产增加时，价格的增长率(或增长因子)也随之增加。

综合(3.1.1.4.1)、(3.1.1.4.2)和(3.1.1.4.3)式，即得

$$M^d(t)=p(t)Y(t)^\gamma=p(t)(y(t)\overline{Y}(t))^\gamma=\overline{M}^s(t) \tag{3.1.1.4.9}$$

因为

$$\frac{M^s(t)}{M^s(t-1)}=\frac{p(t)}{p(t-1)}\left(\frac{y(t)}{y(t-1)}\frac{\overline{Y}(t)}{\overline{Y}(t-1)}\right)^\gamma \tag{3.1.1.4.10}$$

可以写作为

$$gM^s(t)=g_p(t)\left(\frac{y(t)}{y(t-1)}\right)^\gamma g\overline{Y}(t)^\gamma \tag{3.1.1.4.11}$$

(3.1.1.4.8) 式的左端可以用 (3.1.1.4.11) 式中的 $g_p(t)/g_p(t-1)$代入，这样便得到

$$y(t)y(t-1)^{\frac{\delta\varepsilon-\gamma}{\delta+\gamma}-1}\ y(t-2)^{\frac{\gamma}{\delta+\gamma}}=\left(\frac{g_{M^s}(t)}{g_{M^s}\ t-1)}\Big/\left(\frac{g\overline{Y}(t)}{g\overline{Y}(t-1)}\right)^\gamma\right)^{\frac{1}{\delta+\lambda}} \tag{3.1.1.4.12}$$

假定 $g_{M^s}(t)$ 和$g\overline{Y}(t)$ 在所有时间内都是常数，则(3.1.1.4.12) 式的右端值将为 1 。(3.1.1.4.12) 式的对数形式为：

$$\ln y(t)-\left(1+\frac{\gamma-\delta^\varepsilon}{\gamma+\delta}\right)\ln y(t-1)+\frac{\gamma}{\gamma+\delta}\ln y(t-2)=0 \tag{3.1.1.4.13}$$

方程(3.1.1.4.13)又是一个系数为常数的线性二阶差分方程。由于分析(3.1.1.4.13)式的过程与分析 (3.1.1.2.2) 式

的过程一致，所以只把相关的参数域列在下面。

复根的条件为

$$\left(1+\frac{\gamma-\delta^{s}}{\gamma+\delta}\right)^{2}<\frac{4\gamma}{\gamma+\delta}. \qquad (3.1.1.4.14)$$

其模为

$$\mathrm{mod}=\frac{\sqrt{\left(1+\frac{\gamma-\delta^{s}}{\gamma+\delta}\right)^{2}+\frac{4\gamma}{\gamma+\delta}-\left(1+\frac{\gamma-\delta^{s}}{\gamma+\delta}\right)^{2}}}{2}$$

$$=\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma+\delta}} \qquad (3.1.1.4.15)$$

增幅振荡的条件为 $\mathrm{mod}>1$，即 $\sqrt{\gamma/\gamma+\delta}>1$。但是，这意味着 $\delta<0$。因此，此模型只能说明衰减振荡。

由于这一结果是在假定充分就业产量 $\bar{Y}$ 和货币供给 Ms 具有恒定增长率的基础上获得的，它进一步证实了众所周知的货币主义的论述，即以这种形式（例如货币供给绝对水平的提高）对系统的外生冲击，只要货币供给的增长率是恒定的，则它对国民生产的实际水平就没有长期效应。但是，最初冲击后的调整过程可以用衰减振荡来描述。

一个非线性乘数-加速数模型

在萨缪尔森和希克斯的乘数—加速数模型中，所使用的投资函数在周期的所有范围内都是有效的。因此，计划和实际投资是一致的，以致于它排除了正的或负的超额生产能力的可能性。如果计划投资量由投资函数(3.1.1.2.1)式描述，则进行投资的企业将总有可能添置额外的资本量，而且，更为重要的是，投资企业将能够在生产能力过剩的情况下脱手多余的资本。因此，在资本存量减少时期，实际折旧量D

等于引致投资净量：

$$D=-I^{ind}, I^{ind}<0 \qquad (3.1.2.1)$$

根据定义$I^{net}=I^{gross}-D$,① 则其总投资为零。当在上面的乘数-加速数模型中明确地应用这一假设时，它忽略了安装费用和拆卸费用。一旦一个最大的折旧值（由于技术或计算上的原因）被引入这样的周期模型中，可能会产生这样的情况，即根据投资函数得到的净投资额绝对地大于这一最大折旧值。由此可以推出，由于在下降期间投资是由这一折旧值所决定而不是由像(3.1.1.2.1) 式的投资函数所确定的，那么在周期的不同阶段投资行为可以是不对称的。

希克斯 (1950)根据上述精神修正了一贯的乘数-加速数分析方法。具体地说，他考虑了下列关于他的基本线性模型的拓展：

——除了根据 (3.1.1.2.1) 式的引致投资以外，自发投资I^a也被列入，并且它被假定以恒定率r增长。② 这样，希克斯模型便转化成了一个增长周期模型。

——主要是在实证研究的推动下，加速数的数值是这样选定的，它使得线性模型产生发散振荡。这意味着如果模型仍应具有经济意义的话，就必须引入上限和下限。当上限被定义为最大增长路径时，它是利用可取得的资源支撑的，那么下限就是这样的增长路径，即当仅有自发投资被实现时的可能路径。

——折旧被假定为是外生给定的，而且是恒定的。加上关于发散振荡的假设，这隐含地表明根据 (3.1.1.2.1) 式

① 换言之，可以假定(负的)净投资的绝对值总是小于前定的折旧水平。

② 为了避免混乱，假定I^a是外生的政府投资是有益的。

的（负的）引致投资净值在衰退期间的某一处将开始绝对地大于折旧。因此，衰退期间的实际净投资被确定为

$$I^n = \max(\alpha(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + I^a, I^a - D) \qquad (3.1.2.2)$$

并且在经济高涨期间被确定为 $I^n = \alpha(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + I^a$。因此，加速数仅在高涨期间和衰退期间的上限部分才起作用。

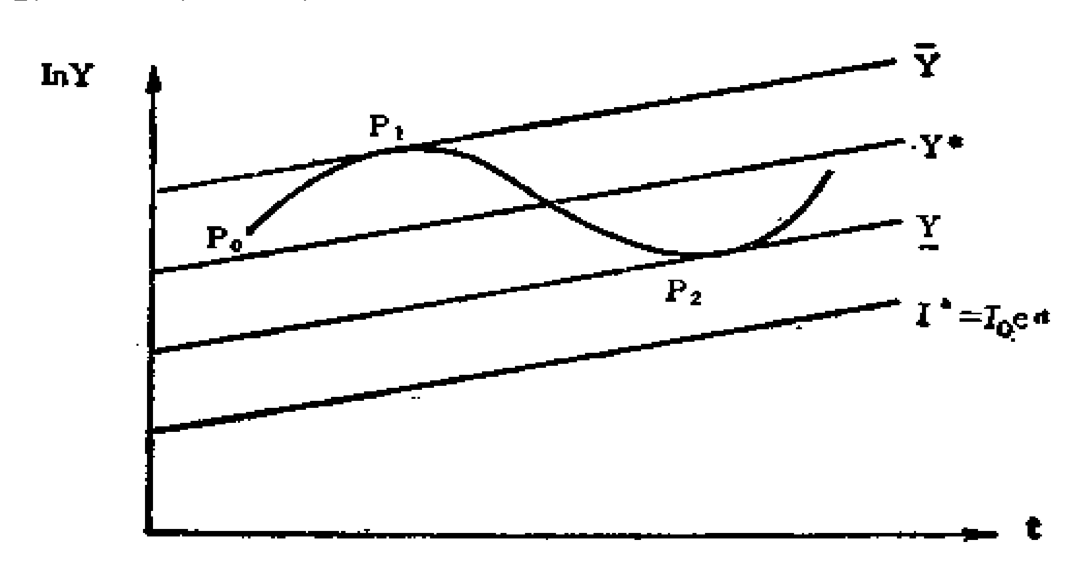


图 3.7　希克斯的非线性加速数

图 3.7 表示的是在一个完整的周期内此过程的活动情况。由于自发投资以外生给定的增长率 r 呈指数型增长，所以此系统也以一移动平衡 Y^*为其特征，Y^*也是由同一增长率 r 所确定的。路径 $\bar{Y}$ 描述了在资源限制条件下上限的进程，即最大增长路径。一条起始于P_0点的实际轨迹可表述如下：当自发投资提高时，收入水平也将提高。通过加速原理，这一提高被引致投资发散性地放大。因此，实际收入以一个比自发投资增长率高的增长率提高。在P_1点到达了上限，在那里收入的增长率受到资源能力的限制。由于引致投资取决于收入的变化（收入变化是恒定的，且等同于在上限 $\bar{Y}$ 处的平衡增长率），所以投资也就逐渐回落到它的平衡增长率。但是，

处于平衡增长率状态的投资增长已不再能够支撑收入的上限水平 $\overline{Y}$，而仅能支撑其平衡水平 Y^*。因此，收入的绝对水平逐渐下降，并导致了生产能力的过剩。这个运动过程将会被加速数放大一段时间，并且净投资将最终仅由折旧和根据(3.1.2.2)式决定的自发投资所确定。因此，在回落运动过程中仅仅是乘数在起作用。由于平衡增长路径 Y^* 需要正的引致投资，所以实际轨迹穿过平衡路径并到达较低的下限 $\underline{Y}$，它具有引致投资为零的特点，并且此时收入仅由自发投资和折旧所确定。①但是，沿着这个较低的下限运行一段时间后，对正的引致投资产生了一个诱因，因为经济是以收入的正增长率为其特征的。一个新的周期便又开始了。

前面提到的模型是非线性的，其含意在于引致投资函数并不是在周期的所有范围内都有效，也就是说加速数 β 在时间的范围内并不是恒定的，而是分段定义的。② 虽然希克斯模型具有无需精确指定导致正弦波动的参数值的优点，但是它依赖于关于资源能力的外生给定增长率的假设，即资源能力以同自发投资一样的增长率增长。进而言之，自发投资的增长是保持一系列周期存在的刺激因素。假设自发投资不是增长的而是固定在某一恒定水平，在这种情况下希克斯模型仅能解释$1\frac{1}{2}$个周期，因为在下限处不再有诱导系统再次高涨的因素。因此，为了使系统能持久地振荡，一个持续的外生冲击序列是必需的，这同线性模型时的情况相反，在线性模

① 正如希克斯所提到过的(1950年，102页，脚注)，恒定折旧的假设实际上并不允许把路径$\underline{Y}$画成图3.7中的平行直线。但是，希克斯假定折旧的这一恒定量的影响可以忽略掉。

② 关于这类非线性的讨论见Baumol (1958), pp. 281 ff.

型中当 $t \to \infty$ 时，振荡(衰减的或非衰减的)是存在的。

依赖冲击的连续时间模型

尽管 3.1.1 节的乘数—加速数模型是在离散时间概念(数学上的含义是差分方程或差分方程组)的基础上建立的，但我们同样也可以基于连续时间概念来建立经济周期模型。

一个早期的连续经济周期模型是由菲利普斯 (1954) 提出的，它具有同萨缪尔森—希克斯类型的模型相似的结果。

设消费函数为

$$C(t)=cY(t) \tag{3.2.1}$$

计划资本存量 $K^d(t)$ 线性地依赖于净收入 $Y(t)$:

$$K^d(t)=vY(t),\quad v>0 \tag{3.2.2}$$

令 $dK^d(t)/dt=I(t)$，并假定一旦实际存量不同于计划存量，企业就改变资本存量：

$$I(t)=\beta(K^d(t)-K(t))=\beta(vY(t)-K(t)),\beta>0 \tag{3.2.3}$$

系数 β 是一个调整参数，它表示投资对实际和计划资本存量之间差异的反应速度。

令 $A(t)$ 代表外生确定的自发需求。当总需求为 $C(t)+I(t)+A(t)$ 之和，总供给为 $Y(t)$ 时，则每一期的过量需求为 $C(t)+I(t)+A(t)-Y(t)$。

假定总供给依据这一过量需求按比例地变化：

$$\frac{dY(t)}{dt}=\dot{Y}(t)=\alpha(C(t)+I(t)+A(t)-Y(t)),\alpha>0 \tag{3.2.4}$$

同样，系数α是调整参数。①

将（3.2.3）式对时间求导

$$\frac{dI(t)}{dt}=\dot{I}(t)=\beta(v\dot{Y}(t)-I(t)) \tag{3.2.5}$$

并代入到（3.2.4）的微分方程中，便产生了系数为常数的线性二阶微分方程

$$\ddot{Y}(t)+(\alpha(1-c)+\beta-\alpha\beta v)\dot{Y}(t)+\alpha\beta(1-c)Y(t)$$
$$=\alpha\beta A(t)+\alpha\dot{A} \tag{3.2.6}$$

为简洁起见，令$\dot{A}(t)=0$，$\forall t$。

（3.2.6）式的解十分类似于线性二阶差分方程，即

$$Y(t)=Y^*+u_1e^{\lambda_1 t}+u_2e^{\lambda_2 t} \tag{3.2.7}$$

其中Y^*为特解，$\lambda_{1,2}$为下面的特征方程的根

$$\lambda^2+(\alpha(1-c)+\beta-\alpha\beta v)\lambda+\alpha\beta(1-c)=0 \tag{3.2.8}$$

根为

$$\lambda_{1,2}=-\frac{\alpha(1-c)+\beta-\alpha\beta v}{2}\pm\frac{\sqrt{(\alpha(1-c)+\beta-\alpha\beta v)^2-4\alpha\beta(1-c)}}{2} \tag{3.2.9}$$

其乘积为

$$\lambda_1\lambda_2=\alpha\beta(1-c)>0 \tag{3.2.10}$$

所以根或为同正，或为同负。

实根的条件为

$$(\alpha(1-c)+\beta-\alpha\beta v)^2\geqslant 4\alpha\beta(1-c) \tag{3.2.11}$$

因为像（3.2.7）式的微分方程的解会收敛于其特解，只要其特征根的实数部分为负，所以它也是单调衰减行为的条

① 注意，此模型的动态性从原理上说取决于非均衡性，而萨缪尔森和希克斯模型是纯粹的均衡经济周期模型。

件①

$$O>-(\alpha(1-c)+\beta-2\beta v)\Rightarrow v\alpha\beta<\alpha(1-c)+\beta$$

反之，只要$v\alpha\beta>\alpha(1-c)+\beta$,则系统将单调地离开其平衡状态。

在复根的情况中，即$(\alpha(1-c)+\beta-\alpha\beta v)^2<4\alpha\beta(1-c)$，只要其根的实数部分为负，则会发生衰减振荡，即

$$v\alpha\beta<\alpha(1-c)+\beta \qquad (3.2.12)$$

增幅振荡的条件为

$$v\alpha\beta>\alpha(1-c)+\beta \qquad (3.2.13)$$

通过检查下面的解 (3.2.7) 的形式也同样能够得出这样的结论：②

$$Y(t)=Be^{at}\cos(bt-\varepsilon)+Y^*,\varepsilon>0 \qquad (3.2.14)$$

其中

$$a=-\frac{\alpha(1-c)+\beta-\alpha\beta v}{2}$$

$$b=\sqrt{4\alpha\beta(1-c)-(\alpha(1-c)+\beta-\alpha\beta v)^2}$$

B取决于初始值，ε是代表周期阶段的正常数。明确地说，只要$a<0$，振荡将是衰减的，在$t\to\infty$时系统收敛于Y^*。仅当$a=0$时才会发生围绕Y^*的正弦波动。

卡莱茨基模型和差分-微分混合方程

最早的数学经济周期模型之一是由卡莱茨 基 在 1935 年

① Samuelson (1947), Math. App. B.

② Allen (1967), p. 331 and Goldberg (1958), pp. 141 f.

引入的，并在后来的一系列文章(1937，1939，1943)①中得到扩展。尽管第一个模型基本上被设计成一个线性系统（它能够被表示为一个混合差分-微分方程），但后来的模型(例如1937年和1939年的模型）是非线性模型，它们缺乏一种简单的代数处理。但是，这两类模型的基本经济思想是相同的。

尽管乘数-加速数模型利用对消费或投资决策(即对个体行为）的适当假设引入了必要的时间延滞，但早期的卡莱茨基模型仍然在投资过程中加入了技术性限制。同后来提出的加速数模型相反，卡莱茨基假定在确定投资决策和新设备安装之间存在着延滞。

设 $ID(t)$ 表示在 t 时的投资决策。如果投资品的生产需要固定的时间间隔 θ，则资本存量将会在 $t+\theta$ 时受到影响：

$$\dot{K}(t+\theta)=ID(t) \quad \text{或} \quad \dot{K}(t)=ID(t-\theta) \qquad (3.3.1)$$

同无延滞模型相反，资本存量的这一变化并不等同于投资 I。由于这个卡莱茨基模型是一个平衡模型，所以在任一时点上投资品生产的价值必须等于没有被消费掉的收入量，或粗略地说，由于必须为此部分生产筹措资金，所以投资 I 被引入来作为预先支付。在 t 时未交付的投资品的价值为

$$W(t)=\int_{t-\theta}^{t} ID(r)dr \qquad (3.3.2)$$

并且相应地，每单位时间投资品工业的平均生产价值是：

$$A=W/\theta$$

$$A(t)=\frac{1}{\theta}\int_{t-\theta}^{t} ID(T) \qquad dr=I(t) \qquad (3.3.3)$$

① 下面关于1939年模型的描述基本上取自Allen (1967), pp. 369ff.。

从形式上说，(3.3.3) 式是一种均匀分布的延滞。

从 (3.3.1) 式和 (3.3.3) 式可推得

$$I(t)=\frac{1}{\theta}\int_{t-\theta}^{t}\frac{dK(T+\theta)}{dT}dT$$

$$=\frac{1}{\theta}[K(T+\theta)]_{t-\theta}^{t}$$

$$=\frac{1}{\theta}[K(t+\theta)-K(t)] \tag{3.3.4}$$

因此，投资是单位时间内资本的平均变化。

投资决策 $ID(t)$ 的决定因素是 t 时的收入水平和已存在的资本存量：

$$ID(t)=\Phi(Y(t),\ K(t)) \tag{3.3.5}$$

1935年的模型假设了一个线性关系

$$ID(t)=asY(t)-kK(t)+\varepsilon \tag{3.3.6}$$

其中 s 为边际储蓄率，a 和 k 为常系数，ε 为趋势项，在下面的讨论中 ε 将被忽略不计。因此，这并没有涉及加速数。把(3.3.6)、(3.3.4)、(3.3.1) 式和$Y=C+I$ 与$C(t)=(1-s)Y(t)$进行组合，便产生了

$$Y(t)=I(t)/S=\frac{1}{s}\frac{1}{\theta}(K(t+\theta)-K(t))$$

$$\Longrightarrow ID(t)=\dot{K}(t+\theta)=a\frac{1}{\theta}(K(t+\theta)-K(t))-kK(t)$$

$$=\dot{K}(t+\theta)=\frac{a}{\theta}K(t+\theta)-\left(k+\frac{a}{\theta}\right)K(t)$$

或

$$\dot{K}(t)=\frac{a}{\theta}K(t)-\left(k+\frac{a}{\theta}\right)K(t-\theta) \tag{3.3.7}$$

方程(3.3.7)是一个混合差分-微分方程，即一个具有固定而有限的延滞的微分方程。(3.3.7) 式的解也类似于二阶差分方程的解。利用标准化处理使 $\theta=1$，则下式

$$\dot{K}(t)=aK(t)-(k+a)K(t-1) \tag{3.3.8}$$

的解为 $K(t)=K_0e^{\rho t}$。把此解代回到(3.3.8)式中便可导出

$$\rho=a-be^{-\rho},\quad b=k+a \tag{3.3.9}$$

复根的条件是 $a-\log b<1$。① 在这种情况中，其解可以写为

$$K(t)=K_0e^{\alpha t}\cos(\beta t+\psi),\quad \psi=\text{常数} \tag{3.3.10}$$

其中$\rho=\alpha\pm\beta i$。在通常的情况中 α 和 β 的值并不能直接确定。但是，这两个量之间可以建立一种关系。把$\rho=\alpha\pm\beta i$代入到(3.3.9) 式中得

$$\begin{aligned}\alpha\pm\beta i&=a-be^{-\alpha}e^{\mp\beta i}\\&=a-be^{-\alpha}(\cos\beta\pm i\sin\beta)\\&=(a-be^{-\alpha}\cos\beta)\pm ibe^{-\alpha}\sin\beta.\end{aligned}$$

令等式两端的实部及复部分别相等便有

$$\alpha=a-be^{-\alpha}\cos\beta \tag{3.3.11}$$

$$\beta=be^{-\alpha}\sin\beta\quad \text{即}\alpha=\log b+\log\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right) \tag{3.3.12}$$

因此，α 和 β 是负相关的。把(3.3.11)式代入(3.3.12)式，β 可由下式隐含地确定出来：②

$$\frac{\beta}{\tan\beta}+\log\frac{\sin\beta}{\beta}=a-\log b<0$$

根据前面的假设它为负。③ 根据 $b=k+a$ 的不同数值，实部 α 可以为正、零或负。仅当(3.3.6)式的系数 k 具有使 $\alpha=0$

① 比较Allen(1963)，p. 255ff.

② 关于详细的计算见Allen (1963)，p. 256ff。

③ 原文如此，但根据前面的假设应为a-logb<1——译者注

的数值时，根据(3.3.10)式系统才可能存在稳态振荡。如果没有实根出现的话，所有其他 k 的值都将导致衰减或发散振荡。

因此，卡莱茨基模型的线性形式展现了十分类似于乘数-加速数模型的动态行为由于发散振荡应该被排除在考虑范围之外，并且由于稳态振荡仅对 k 的一个确切数值才发生，所以此模型的典型动态行为是复根情况中的衰减振荡。同加速数模型一样，线性卡莱茨基模型也需要突发的外部冲击才能展现持久的振荡。

当然，上述的代数处理仅对 (3.3.5) 式的线性形式是有效的。1937 年和以来的模型涉及到了(3.3.5) 式的非线性形式，它被假定为 S 形的，并且 ID 反向依赖于 $K(t)$ （参见图 3.8)。

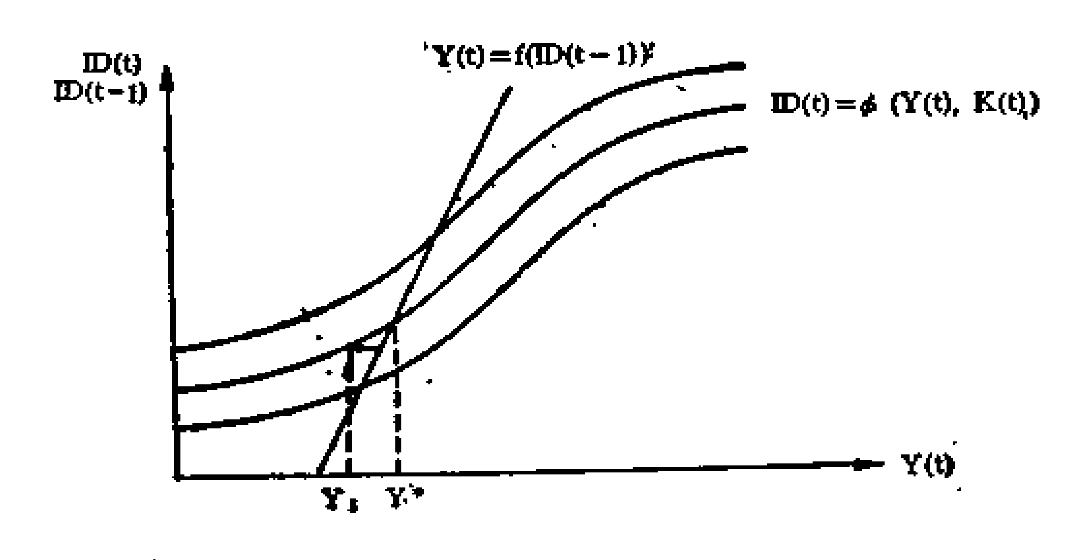


图 3.8　非线性卡莱茨基模型

假设 $\theta=1$，并令 $Y(t)=f(I(t))$ 表示取决于投资量的经济短期均衡。如上所示，在 t 时的投资是由过去的投资决策所

确定的，即当$\theta=1$时，$f(I(t))=f(ID(t-1))$。为简洁起见，假定$Y(t)=f(ID(t-1))$是一线性函数。把两个函数放置在一起便可得到图3.8，在其中曲线的交点便确定了长期平衡点Y^*。在图3.8中，假定长期平衡点Y^*是稳定的。倘若由于某种原因收入偏离了平衡状态，如果平衡点是稳定的且资本是个常量，那么便导致了一个趋向Y^*的调整过程的开始。但是，在Y_1处投资非常小且资本是减少的，这便导致了投资决策曲线向上移动并最终使投资增加。当投资分别超过长期平衡水平以及折旧的固定数量时，此过程方告结束。结果，此过程将反向发展：资本增加并因此导致了$\Phi(Y,K)$向下移动。不难想象，这样便产生了一个完整的周期(参见图3.9)。

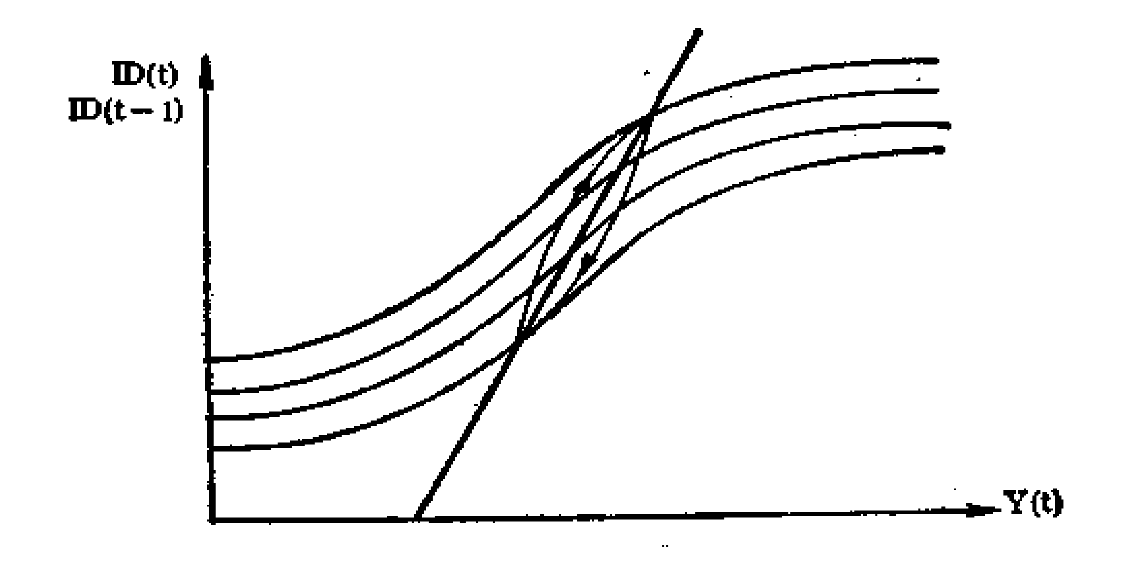


图3.9　非线性卡莱茨基模型的周期

尽管这一周期行为似乎是一个直观的事件，但此非线性模型仍需要严格的数学处理。由于长期均衡被假定为是稳定的，所以周期的维持需要对所涉及的参数值作一定的假设。卡莱茨基模型假设了投资决策曲线Φ的移动是充分的。否则，

当系统受到外生干扰时，它将单调地返回长期均衡状态。因此，卡莱茨基模型仅在一定的条件下才能产生周期。

依赖冲击的经济周期理论的作用

上面所描述的线性模型具有一些共同的性质，即根据模型的特定参数域，模型的内生变量会显现出下列几种行为中的一种：

1．定常路径；

2．单调衰减或发散行为；

3．衰减型、等幅型或发散型振荡。

模型的定常以及单调行为对于均衡状态的稳定性分析具有一定的意义，但从经济周期理论的观点来看它并没什么作用，因为它不涉及振荡。但是，对其轨迹没有任何内生限制的增幅振荡既没有什么经济意义也没有什么实践意义，只有等幅和衰减振荡具有实际的重要性。从理论上看，等幅振荡仅对每一模型中一确切的参数分布才是可能的，这种振荡肯定是同实证相矛盾的，因为相关变量(如国民生产或失业率)的实际时间路径显然不能描述成等幅波动。因此，只有衰减振荡也许对经济周期理论有一些作用。因为在衰减振荡的情况中由一外生扰动激发的振荡会逐渐消失，所以为了维持较长时期的经济波动，系统需要一系列的外生冲击。通过这种方式，实际的波动可以被解释为是相继发生的不同周期的迭加。

对外生冲击的需求在希克斯非线性模型中犹为明显，因为在缺乏连续的外生冲击（即一个自发投资的恒定的正增长率）时，此模型仅能解释$1^1/_2$个周期。

依赖冲击的这种特征从理论上看显然不能令人满意。解释或多或少有规律地出现的经济周期的问题被解释外生冲击的发生规律所替代。由于像随意的政府开支或自发投资这样的外生影响在这些经济周期理论中具有特别的重要性，它们应该以一种相反的因果方式同这些模型的结构联系起来，即它们应该淡化其外生特征，并且也应该使其依赖于经济的状态。

因此，我们要么放弃依赖冲击的方法并集中考察能够内生地产生周期的模型（即对初始状态或参数范围没有任何限制），要么回过头来更多地研究一个周期的激励因素（即考察为什么这些对已有的模型的外生冲击会十分有规律地发生）。处理这一规律性的几种方法将在下一章中介绍。

4

经济周期理论与外生冲击

如前所述，在面临衰减振荡时，为了产生持续的波动，第 3 章中依赖冲击的经济周期模型需要某种启动系统动态过程的外生初始扰动。处理外生冲击有两种基本方法：

(1) 外生冲击不属于抽象的经济理论范围，因而它可以被视为来自经济学的世界之外、且不能为经济学家所分析的影响。尽管这种态度在许多进行经济理论推导的场合是适用的，但由于外生影响对经济周期理论至关重要，因而对其持这样一种态度是肯定不能令人满意的。不过，在与一定时期内外生冲击的出现(或预期)有关的某种假设下，对依赖冲击的经济周期模型的动态行为进行探讨也许是有益的。虽然现代最流行的“理性预期”经济周期模型在其动态结构方面同乘数——加速数模型并没有什么区别，但在个别预期形成过程中加入(或忽略)这些外生冲击却是很基本的，它构成了经济周期理论中一个真正的创新。处理外生影响的这一特殊方式正是要用单独的一节(参见 4.3 节)来描

述"理性预期"经济周期模型，而不是在比较适宜的第 3 章描述这些模型的主要原因。但是，外生影响不仅仅在依赖冲击的模型中有其重要性。如果外生冲击并不是以有规律的方式出现，而是能够被解释为一个随机数序列，则下述两种方式是可能出现的，即外生冲击本身呈现出周期行为（参见 4.2.1 节）或预期随机分布可以影响能导致波动的个体行为（参见 4.2.2 节）。由于外生力量的随机特性在这些经济周期的解释中起着根本性的作用，所以把这些模型命名为"随机经济周期模型"是合适的。

(2) 尽管驱动系统的外生力量被认为是给定的，并且是已有的模型不能解释的，但可以相信，经济理论能用其他方法解释这些力量。这种不完全推理的想法在经济学中是规范的，它同样也可以应用于经济周期理论，并且能被证明在面对高度复杂的情况时是一种可以尝试的、一般的和综合性的方法。例如，所谓的政治经济周期模型就是研究为了再次当选而试图利用在经济上给定的约束的政府行为的。尽管这些模型基本上都提供了关于不同情况下稳定的经济波动的自发解释，它们也可以被解释为是对前面的依赖冲击模型中外生力量的解释，因为政治经济周期模型的重要结论是，政府行为并不像凯恩斯的收入理论所说的那样是反周期的。关于这些政治经济周期模型的表述同样也是有益的，因为它强有力地表明了在模型化的综合方法中的困难性，这些综合性方法要涉及经济周期的经济、政治、或社会诸因素。

显然，归入这两类中的模型并不代表所有的模型，而可以被认为是关于外生冲击的理论的例子，以及解释经济周期理论中关于外生冲击的其他理论结果的例子。

政治经济周期

自从凯恩斯主义宏观经济学及其关于政府对经济发展的潜在影响的基本原理引入以来，对政府行为的下列态度不仅主导着关于宏观政策的教科书，而且也主导着对政府部门实际行为的评价：如果利用政府行为使得经济朝着期望的方向运行是可能的话，则政府必定会有兴趣去做——如果没有法律上的限制——例如降低失业率和通货膨胀率。可以从简单的凯恩斯收入理论模型中导出的一般政策方法（如赤字开支），隐含地假设了在经济和政治意义下都不存在相互矛盾的目标。政府部门通常被假定必须遵守这些已经描述的经济法则，因为不然的话执政党将对管理经济的失误负责，并将减少它在下次选举中再次当选的机会。因此，可以相信，为了消除经济波动，执政党会采取这个理论框架中的反周期政策。

如果考虑到在大多数场合，政府行为的选择并不仅由刚好一个内生变量的逐步操作所构成，而是由一系列具有内在关联而且可能是相互矛盾的变量的逐步操作所构成的，那个实际的和理论的方案看来都有很大的困难。众所周知的通货膨胀、失业和贸易平衡的“魔术三角”便表达了这种见解，在多数情况下，如果以社会福利或类似的指标进行衡量，仅提高一个变量的目标值而不损害其他变量的目标值是不可能的。如果在面对相互矛盾的目标时，对政府行为不存在法律约束，则政府显然会遇到事先不知道往何处转移政治行动重

心的困境。问题是政府能否通过选择其干预的适当时机以防止这种困境的出现。如果公众十分了解在所涉及的变量间存在着不可避免的权衡，并且如果在权衡曲线上可能的变化间没有差异，那么政治干预显然就没有余地了。否则，就必须区别两种情况：假设经济由于外生力量正在波动。如果政府知道未来变量的发展过程，并且如果公众对某些目标的评价比对其他目标的评价更多地持肯定的态度，那么为了在公众的心目中得到一个好名声，政府去影响那些更为公众所肯定的变量可能是适宜的选择。只要经济的内在动态特性并不是确切可知的，那么这样的一种优化计算便失去了其基础，或至少是变得模糊不清。反之，假设经济停留在偏离长期的一般最优均衡状态的静止位置，并且不存在能够改变经济状况的内在经济力量。如果公众期望政府采取一些措施以改善这一经济状况，那么就要看对执政党来说是否存在着一种最优政策，使之可以通过权衡来最好地满足公众的意愿。所谓"政治经济周期"的工作已经作了尝试以回答后一个问题。从根本上说，所有这些模型都是研究由政治所导致的周期的存在性的。尽管本书的主要着眼点在于由经济所导致的周期，即前面提到的第一种情况或至少是真正与政治和经济部门相关联的情况，但是这些政治周期可以作为对线性加速数模型中其他消除周期行为的一种解释。本章第一节介绍诺德豪斯(1975)的著名论文，而第二节则介绍对其基本方法的变异或改进，还有一个短评。

作为经济周期原因的政府行为

诺德豪斯（1975）在他的一篇论文中率先研究了政府行

为对经济周期的影响，它同样也是研究此问题的参照标准。① 为了说明几乎所有类似方法的一般基础，下面将详细介绍该模型。

假设一个由模型描述的经济是以 t 时的通货膨胀率 π_t和失业率 u_t之间的经济权衡作为其特征，这一权衡即为一种扩展了的菲利普斯曲线关系，在连续时间的条件下它可以写为②

$$\pi_t = f(u_t) + \lambda\pi_t^e, \quad \lambda > 0 \tag{4.1.1}$$

满足$f'(u) < 0$，其中的π_t^e为预期通货膨胀率。价格膨胀的预期由适应性预期假说③所确定，即

$$\dot{\pi}_t^e = \gamma(\pi_t - \pi_t^e), \quad \gamma > 0 \tag{4.1.2}$$

在此模型中没有对经济结构的细节作进一步的假设。经济状况完全由通货膨胀率和失业率 u_t 来描述，u_t 并不是外生变量，这样在预期自动实现(即$\pi_t = \pi_t^e$)的情况下，系统便停留在一固定菲利普斯曲线的某处。在(u,π) 空间不存在移动系统的外生力量。

问题在于政党能否利用这一外生给定的权衡。根据凯恩斯主义的传统理论，政府被假定能够利用选择得当的政策组合使经济移动到菲利普斯曲线的每一点。如果执政党的再次当选仅仅由它操纵经济以满足公众意愿的能力所决定，则执政党将会对选择能够增加再次当选可能性的政策感兴趣，如

---

① 弗雷伊/劳(1968)与弗雷伊/加伯斯(1972)发展了早期的模型。关于政治经济学的一般处理方法也可以比较邓斯(1959)。

② 为了提供更为清晰的说明，在此节中时间被作为下标表示，尽管时间是连续的。

③ 比较4.3.1.节。

果执政党不受制于其他意识形态上的目标的话。因此，对政府来说，了解投票者对菲利普斯曲线上不同经济状态间的偏好是有益的。

假设一个有代表性的个体（投票人）的偏好是由一个具有通常连续性和凸性的效用函数 $U=U(Z_1,\cdots\cdots,Z_n)$ 来表述的。令 $Z_1=-\pi$ 和 $Z_2=-u$ 分别为通货膨胀率和失业率，而放弃其他的 $Z_i(i\neq 1,2)$（如消费品）。并假设个体不知道通货膨胀和失业间的宏观经济权衡，但对通货膨胀和失业的减少有正的边际效用。假设个体认为执政党应对经济状况负责，并且他们已经形成了评价执政党的一个参照标准。假定这个标准在所有的时期都是固定的。① 令$\hat{\pi}_t$ 和$\hat{u}_t$代表这些标准。如果实际通货膨胀和失业率的效用大于标准值的效用，则个体（投票人）将对执政党表示满意。现在我们引入一个体选举函数

$$V_t^i=g_i(\pi_t,u_t)=\begin{cases}1 & \text{if} \quad U^i(\pi_t u_t)/U^i(\hat{\pi}_t,\hat{u}_t)>1\\ 0 & \text{if} \quad U^i(\pi_t,u_t)/U^i(\hat{\pi}_t,\hat{u}_t)=1\\ -1 & \text{if} \quad U^i(\pi_t,u_t)/U^i(\hat{\pi}_t,\hat{u}_t)<1\end{cases} \quad (4.1.3)$$

并对所有的个体进行综合，$V_t=g=\Sigma_i V_t^i$，则可以看出，在任一时点上，如果$V_t>0$，则执政党便会连任。如果个体仅评价执政党过去的政绩，则对上一选举期政府行为的评价可以用在此期间每一时点上选举函数的某种平均来表示。假设投票人对过去的事情具有递减的记忆，即他们对当前经济状况的关注比对选举期开始的经济状况的关注更为强烈。那么，选举期的选举函数可以表述如下：

① 诺德豪斯开始给出了一个一般性假设，即变化的自适应预期假说。但是，由于计算上的困难，导致了后来的静态假设。

$$\widetilde{V}_\theta=\int_0^\theta g(\pi_t,u_t)e^{\mu t}dt,\ \mu>0 \tag{4.1.4}$$

其中 θ 为选举日，μ 是表示遗忘记忆的"衰减"率。假设执政党完全了解这一选举人的选举函数。为了获得最多的票数，执政党显然会把选举函数（4.1.4）作为必须最大化的目标，其约束条件为菲利普斯曲线关系和预期假说：

$$\max\widetilde{V}_\theta=\int_0^\theta g(\pi_t,u_t)e^{\mu t}dt$$

$$s.t.\ \pi_t=f(u_t)+\lambda\pi_t^e \tag{4.1.5}$$

$$\dot{\pi}_t^e=\gamma(\pi_t-\pi_t^e).$$

通常，最大化问题是一个控制问题，其中u_t为控制变量。①

为了得到一个确定的结果，诺德豪斯对所涉及的函数假设了简单的代数形式。令

$$g(\pi,u)=-u^2-\beta\pi,\ \beta>0$$

$$f(u)=\alpha_0-\alpha_1 u \tag{4.1.6}$$

此时最大化问题用代数方法可简化为

$$\max\widetilde{V}_\theta=\int_0^\theta(-\beta\alpha_0-u^2+\beta\alpha_1 u-\beta\lambda\pi^e)e^{\mu t}dt \tag{4.1.7}$$

$$s.t.\ \dot{\pi}^e=\gamma(\alpha_0-\alpha_1 u-(1-\lambda)\pi^e)$$

由此建立哈密尔顿方程

$$H=e^{\mu t}\{(-\beta\alpha_0-u^2+\beta\alpha_1 u-\beta\lambda\pi^e)+\psi\gamma(\alpha_0-\alpha_1 u-(1-\lambda)\pi^e)\} \tag{4.1.8}$$

其中$\overline{\psi}=\psi e^{\mu t}$为同态变量，即通货膨胀的影子价格，应用最大值的必要条件②即

① 在下面，在不致于引起混乱的情况下，时间下标被取消。

② 参阅Takayama（1974），ch. 8 or Intrilligator（1971），ch. 14，可以对最优控制技术作一回顾。

$$\frac{\partial H}{\partial u}=0,\ \text{以及}\ \dot{\psi}=-\frac{\partial H}{\partial \pi^e} \qquad (4.1.9)$$

由此得出

$$\frac{\partial H}{\partial u}=0=\beta\alpha_1-2u-\psi\gamma\alpha_1 \Rightarrow u=\alpha_1(\beta-\psi\gamma)/2 \qquad (4.1.10)$$

与

$$\dot{\phi}=\dot{\psi}e^{\mu t}+\psi u e^{\mu t}=\{[\gamma(1-\lambda)]\psi+\beta\lambda\}e^{\mu t}=-\frac{\partial H}{\partial \pi^e} \qquad (4.1.11)$$

$$\Rightarrow \dot{\psi}=[\gamma(1-\lambda)-\mu]\psi+\beta\lambda.$$

综合（4.1.10）式和（4.1.11）式可得①

$$\dot{u}=Au+B, A=\gamma(1-\lambda)-\mu, B=-1/2\alpha_1\beta(\gamma-\mu) \qquad (4.1.12)$$

当$t=\theta$时，即在选举日，未来通货膨胀的影子价格ψ为零，因为个体投票人被认为并不理会将要发生的事件。从（4.1.10）式中可得到$u_\theta=\alpha_1\beta/2$。将其代入(4.1.12)式中即得

$$\dot{u}\theta=-\gamma\lambda u_\theta<0 \qquad (4.1.13)$$

由于(4.1.12)式是一个线性微分方程（确切地定义在一个选举期），所以在每一个选举期$w(t)$的运动只能是单调的。因此，$\dot{u}_t<0$和$u_t>0\ \forall t\in(0,\theta)$意味着为了保证一致性，系数$A$和$B$必须满足$B<-Au$。

对于根据最优规划确定的单调下降的失业率而言，最优政策是按下面的方式制订的：由于失业率不可能永远下降②，并且由于失业率仅在选举期的终点才降至其最小值，即$u_\theta=$

① 把(4.1.10)式对时间微分，并代入到(4.1.10)式和(4.1.11)式中的ψ和$\dot{\psi}$中。

② 前述过程假定了一线性菲利普斯曲线，所以此叙述当然是正确的。在非线性曲线的情况中，这并非是显而易见的，并且需要对每一种情况分别进行最优化过程。

$\alpha_1\beta/2$，所以执政党如果在开始执政时使失业率升高而在执政期内使之逐步降低，则它将获得最多的选票。图 4.1 描述了这种情况。

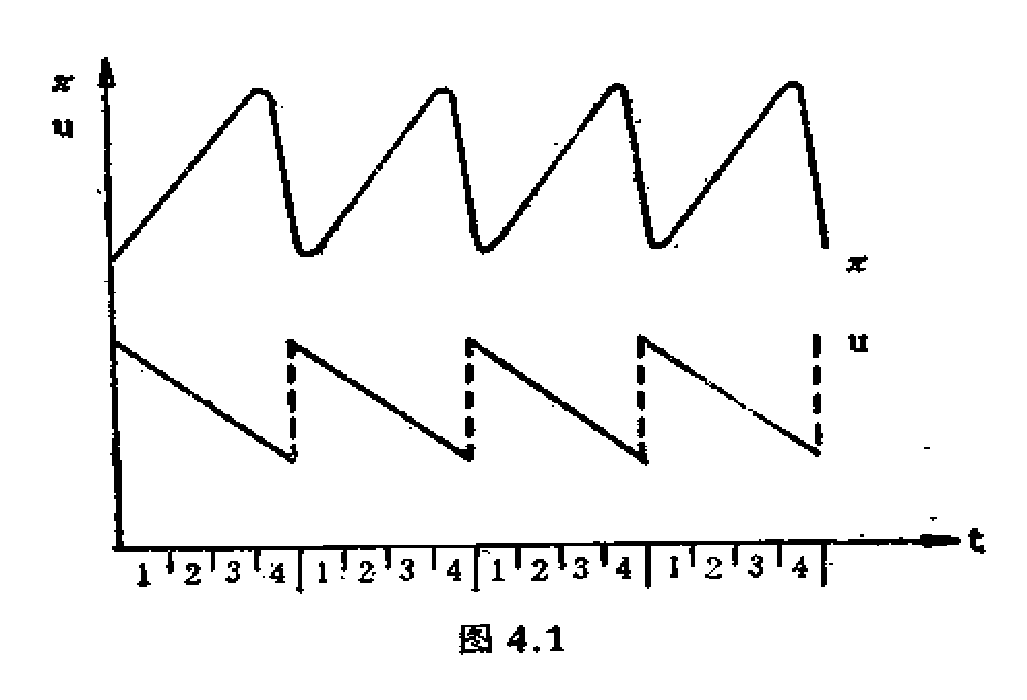


图 4.1

虽然失业率的最优形式是尖锐的锯齿形，但通货膨胀率的动态过程要平滑一些。这主要是由于在菲利普斯曲线中通货膨胀预期的移动效应。

如果政府确实能够把失业率控制在预期的程度，则如前所述，政府能使真正非波动的经济产生周期行为。

政治经济周期的含义

基本的诺德豪斯方法已经通过几种方式被修正和扩展。麦克雷（1977）认为选民放弃纯粹缺乏远见、向后看的观点可以导致有战略意义的选举结果。如果执政党把未来的着眼点仅放在下一选举日，并且如果全体选民“根据实际行动了解”政府行为，则投票人可被假定为倾向于选举期中的通货紧

缩状况。其结果是，执政党的政策将趋向于长期菲利普斯曲线上的麦期最优和静态的点。①其他模型也已经得到发展，例如，林德贝克（1976）研究了国际影响，弗雷伊和施纳德(1978a,b）针对美国和英国的情况对这一理论进行了实证分析。②基尔西伽斯纳(1984)最近提出了一项关于政治经济周期的精心研究。

弗雷伊和施纳德以及弗雷伊(1978)的实证研究表明，关于政府的声望取决于经济状况的假设是有明显的事实依据的。③诺德豪斯(1975)通过研究选举前后的失业率总结了他自己的分析，并且发现统计结论并不排斥其理论结果。尽管一般来说可以认为实际的周期基本上是由经济原因产生的周期，它仅仅是偶然与选举日吻合，但是，在选举日不同的国家中，选举日和紧随而来的失业率上升之间的密切关系至少说明了在政府行为和实际时间序列之间存在着一种松散的联系。

从经济学家的观点来看④，似乎存在着两种反对政治经济周期方法的基本观点。尽管凯恩斯主义理论中关于一个具有稳定作用政府的假设一直受到很多批评，但是政治经济周期模型假设了与凯恩斯主义宏观理论相同的经济上的灵活

① 关于在麦克雷的模型中忽略预期的影响的情况，参见Frey/Kirchgässner (1977)。

② 参见Ploeg (1985a)，他提出了一个模型，在其中，在一个开放经济的最优再选举政策中涉及了具有不同政治态度的政党。

③ 但是，明福德/皮尔(1983)发现弗雷伊/施纳德(1976)的结论不具有统计上的稳定性。

④ 以政治目的为出发点的异议将被忽略。关于政府行为的政治上的观点见Frey (1978)。

性。而且，这些模型是以干预有立竿见影的经济效果为出发点的。但是，宏观经济学的近期发展，特别是所谓的"理性预期"方法，①全然否定了政府行为对经济的操纵能力。在没有更广泛地涉及到这一方法的情况下，必须记住，想要对例如失业率进行操纵的政府也必须应用税率变化、政府直接开支等手段，这些手段很可能影响投票人的偏好。一个比较容易理解的方法考虑了更多的反馈过程，它可能会破坏现有政治经济周期模型的有力的和多少较为明确的结果。即使把经济操纵到期望的程度是可能的，可能出现的时间延滞也会使政府行为结果的确切时间难以确定。

但是，更重要的反对意见则涉及到忽略经济中的外生动态性的问题。政治经济周期理论始終假定存在着一个稳定的菲利普斯曲线(这并没有为经济理论所证实)，并假定在没有政府活动的情况下此曲线上一个不为外生力量所改变的点将被实现。尽管充分就业并不是其特征，但经济基本上是静止的。从描述或表述经济周期的角度看，这种经济观点显然不能令人满意。在没有政府活动情况下的经济周期的历史事实表明，在波动着的经济活动中嵌入关于面向经济的政治活动的分析是有必要的。这启发我们相信在外生力量使经济波动的场合，适当确定的最优计划的结果将不是一种像已有模型中所指出的有规律的干预建议。相反，它将取决于实际经济状态是否有利于执政党进行干预。

另一方面，政治经济周期理论可以被用来解释外生冲击。因为政治经济周期理论认为，为了再次当选执政党十分关注

① 见4.3节。

对经济的控制，政府行为可以被看成提供了不可避免的外生冲击(如第3章的线性周期模型)。根据执政党的目标、最优规划中的约束条件等特殊形式，政府可能是在试图执行与稳定性政策相反的政策来控制经济。

尽管上面描述的政治经济周期模型阐明了政治性外生冲击是以固定的模式出现的，但实际经济可能会面临多种以不同模式并且在不同时点出现的外生冲击。这些不同冲击的总体性质与无规律的和随机的外生影响相似。在下面的几节中，我们将介绍几种应用于这些随机经济周期的方法。

随机经济周期理论

把经济周期运动的起因局限于一种或几种可能的原因(典型做法就是对经济周期的传统的单一起因解释)，在复杂的实际生活中显然不能令人满意。另一方面，由于智力上和代数上的困难或不可能性，综合所有存在的影响因素和相互关系的努力也是注定要失败的。在经济的模型化(它可以被解释为考虑众多的复杂关系并且同时能够表现实际经济的典型的不规律行为)过程中应该考虑随机外生影响的思想很早就已经被提出了。和外生影响一样，在经济学中考虑随机性可能有两个原因：随机性的引入反映了这样的事实，即某些事件确实纯粹是随机的（像摸彩结果)；而且它表达了这样的观点，即某些事件具有确定的原因，其他学科也许可以解释这些原因，但从经济学家的观点看，这些原因似乎是随机的。第二

种解释的例子是农作物生产、投资或政治活动。在任何一种情况下，引入随机外生影响不仅降低了经济周期模型的复杂程度，同时由于考虑了描述实际经济周期所涉及的不规律性，它也丰富了这一理论。

本节第一部分主要介绍斯鲁茨基用随机数做的实验和卡莱茨基利用随机项对确定的经济周期模型的改进，第二部分介绍了克罗拉随机经济周期模型的概况，就周期行为的起因及其持续性而言，这个模型完全依赖于随机影响。

具有随机外生影响的经济周期模型

任何考虑随机影响的经济理论都必须反映这些外生力量潜在地决定模型结果的程度。当一个模型的结果主要取决于随机外生力量时，那么该模型的建立并不意味着严格的经济理论推导；因为在这种情况下，内生的经济关系显然不能解释其基本结果。另一方面，附加在已知结构上而没有明显改变其结果的随机外生影响可能会被认为是多余的。因此，引入随机外生影响就是在过分强调和无所谓之间锋刃上行走。

斯鲁茨基(1937)对周期行为的随机原因所做的统计研究为第一种情况提供了一个很好的范例。在没有涉及任何经济模型的情况下，他已能够阐明利用纯粹的随机时间序列的确有可能描述实际观测到的经济周期。例如，利用苏联人民财政委员会抽取的一种俄罗斯政府彩票公债的号码（它可以被认为是一种纯粹的随机数），他仅使用其末位数便构成了几个随机数序列。利用一种他称之为“移动求和”① 的处理过程，斯鲁

① 参见 Wold(1954)。

茨基建立了相关变量的一个时间序列，尽管原始数字是纯粹的随机数。令x_t代表 t 时的一个随机事件，并令y_t代表在 t 时发生的众多随机事件的一个结果。假定在t时的结果并不仅仅取决于x_t，而是取决于过去的$t-n$时期内随机事件的平均值：

$$y_t = \sum_{\tau=t-n}^{t} A_\tau x_\tau \tag{4.2.1}$$

其中A_τ 为固定的加权数。也许序列$\{y_t\}$作为周期运动的特征并不是唯一令人吃惊的事情，因为斯鲁茨基能够提供一个惊人的实证例子。图 4.2 显示了他根据上述过程得到的时间序列与 1855—1877 年间英国经济周期指标实际时间序列的比较。尽管必须记住随机序列的建立(特别是加权数 A_τ 值的选择)，以及实际序列的时间间隔的选择确实是任意的，但是这个例子至少表明实际经济周期看来似乎是以与某些随机序列相同的方式进行的。斯鲁茨基的研究表明，更深入细致地集中研究随机影响是有益的。但是，把这些结果的一种解释作为经济波动的一种理论基础是不适宜的。尽管总是可以把一个实际时间序列等同于以某种方式建立的随机时间序列，但

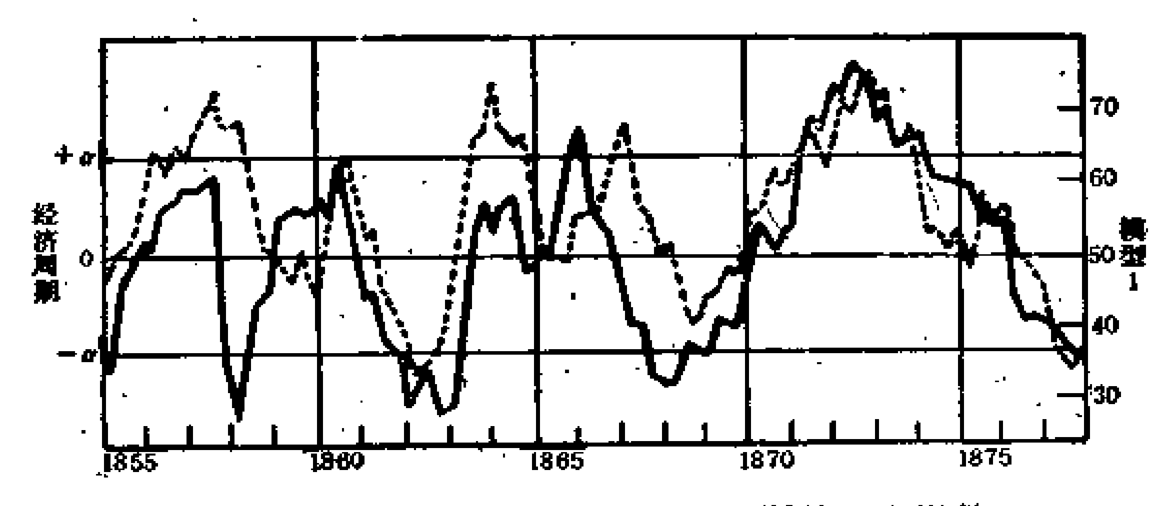


图 4.2　1855—1877年间英国经济周期的一个指数

[资料来源] Slutzky(1937), p. 110。

是这一概念并不适用于预告和忽略任何经济上要考虑的事。但是，如果有人确信随机力量在经济周期的形成上的确起着主导的作用，那么斯鲁茨基的结果仅能被解释为一种“负”理论，即在确定的范围内周期是不可预测的。

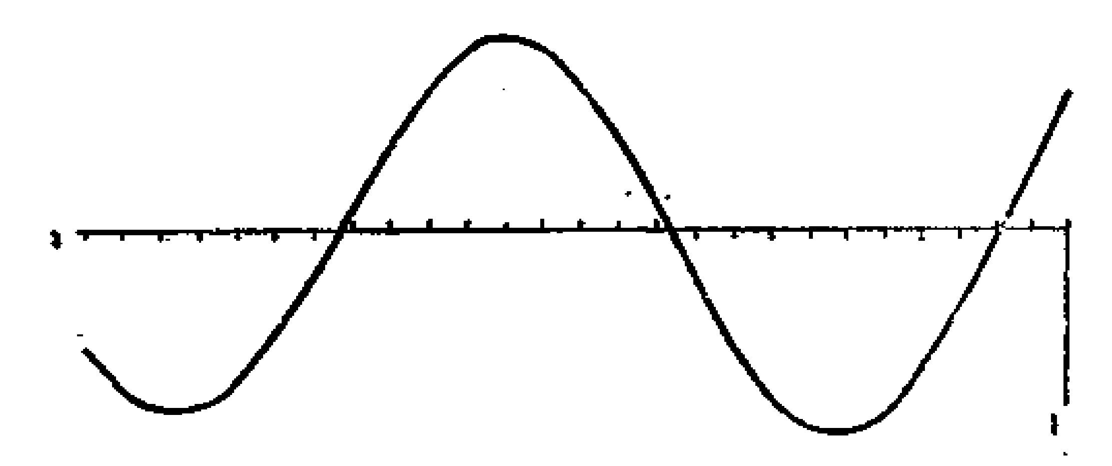


图 4.3 在美国1929—1940年模型中固有的投资波动，$\theta=1$ [方程(4.2.5)的模拟]

[资料来源] Kalecki (1952), p. 135

受斯鲁茨基工作的启发，卡莱茨基(1952)开始研究随机影响，他所使用的方式在动态经济学方面仍然是典型的：利用添加随机项扩展能够产生周期行为的模型，这项随机项的行为同任意的自发冲击一样。在卡莱茨基所使用的那种随机经济周期理论中，此过程基本上可以描述如下。分析一个经济周期模型(例如乘数-加速数类型的模型)，并假设系统的动态性可以用一个二阶线性差分方程来描述：

$$y_t = ay_{t-1} + by_{t-2} + c \qquad (4.2.2)$$

此方程的系数为常数。假设参数的值使得系统振荡是衰减的，即在一初始冲击之后，振荡幅度稳定地减少。随机影响的引入是通过在(4.2.2)式中增添一个随机项μ_t而实现的：

$$y_t = ay_{t-1} + by_{t-2} + c + \mu_t \qquad (4.2.3)$$

这是由于μ_t出现在导致(4.2.3)式的任何函数关系中，或者简单地说是为了使系统的动态性适合实际时间序列而作的一种假设。当然，关于序列$\{\mu_t\}$的几种假说都是可能的；为简明起见，通常假设μ_t是正态分布的。

卡莱茨基(1952)特别研究了一个具有延迟投资的经济周期模型，它是以和第3.3节的模型大致相同的态度设计的，并且最后的结果是一个净投资的发展方程：①

$$I_{t+\theta}=aI_t+\beta\frac{\Delta I_{t-\omega}}{\Delta t} \tag{4.2.4}$$

其中a和β为常系数。时滞θ和ω分别表示投资决策和新资本的实际安置之间以及利润的实现和过去投资决策之间的时差。在假设$\theta=1$和$\omega=1/4$的情况下，利用1929—1940年间美国的数据对(4.2.4)式进行实际拟合便产生了下述方程

$$i_t=.634i_{t-1}+.734i_{t-1/2}-.489i_{t-3/2}-.245i_{t-5/2} \tag{4.2.5}$$

其中i_t为新投资对长期水平的偏离。方程(4.2.5)描述了一个衰减振荡，如图4.3所示。

通过在(4.2.5)式中增加正态分布的随机项μ_t——它是从随机抽样数中导出的，卡莱茨基能够说明，含有上述随机项的(4.2.5)式的动态性确实能表现出同实际观测到的周期在性质上相同的特征。图4.4表示的是含有上述随机项的(4.2.5)式和美国在1866—1914年间实际周期的动态过程。

和斯鲁茨基的例子一样，上述模型产生的这些动态性能比较令人满意地符合实际的数据。也许可以客观地说，这种作法对为什么外生随机项是正态分布的或为什么它们遵循其

① 由于同第3.3节中模型的相似性，所以在此并不完全重复这一模型，进一步说，具体的模型化对下面的讨论并不重要。

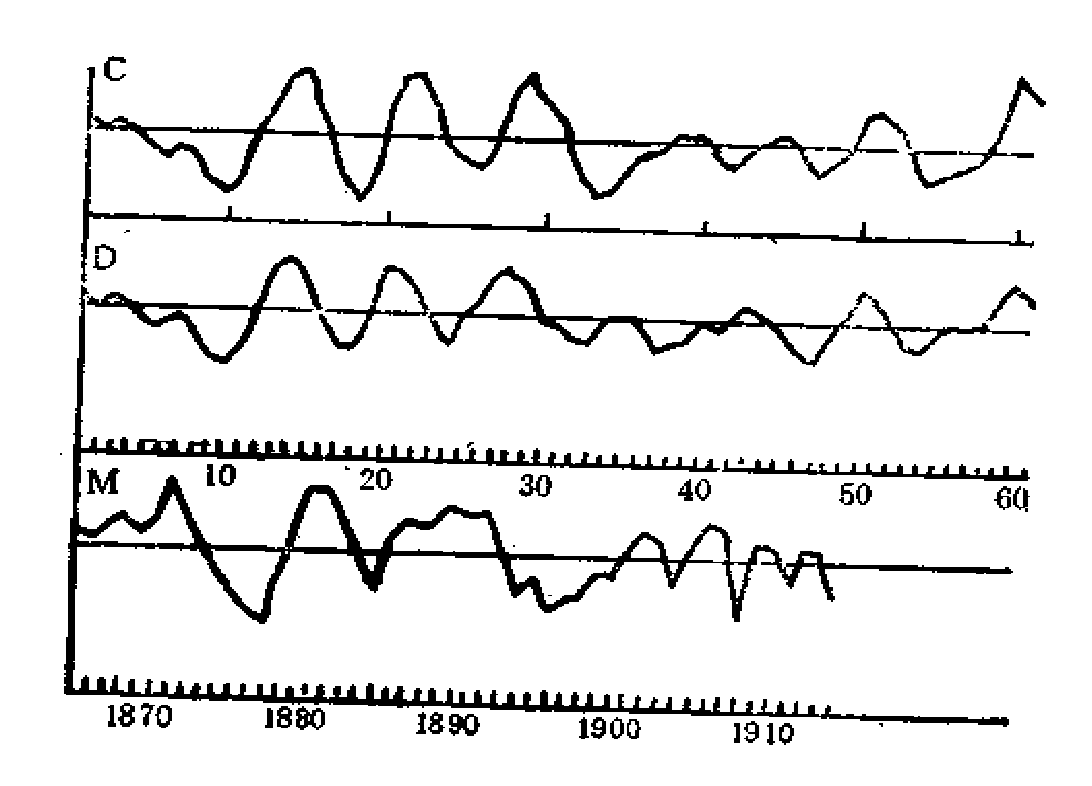


图 4.4

[资料来源] Kalecki (1952), p. 141.

他规则等问题并没有提供有正当理由的说明。但是，只要不做出努力去更深入地探讨或确定外生影响的本质，则任何关于随机性种类的特殊假设都和关于外生力量总体影响的基本假设没有多少区别。

一个随机经济周期模型

由于斯鲁茨基(1937)的例子着重于统计，而卡莱茨基(1952)没有进行经济推理就简单地把随机影响加在一个确定的结构上，所以我们有必要更彻底地研究随机环境对模型经济的影响。

迈向经济周期随机理论的第一步中的一项工作，是由克罗拉(1959)在研究增长经济中随机影响的后果时做出的。在

这样一个范围内的"经济周期"并不是由主要经济变量对其均衡水平的正负偏离构成的，而是由其增长率的波动构成的。

设经济的增长轨迹如下式所述：

$$Y_t=(1+a_t)Y_{t-1} \tag{4.2.6}$$

其中 a_t 为增长率。$a_0>0$ 表示均衡增长率，并假设存在一个最大增长率 $\bar{a}$，这是由于诸如成本上升、生产能力屏障或流动性约束等因素的缘故。在没有建立一个完全的增长模型的情况下，假设经济的内生动态特性（即没有随机外生影响的那些特性）可以由已程式化的现象来表征，也就是一个由于某种原因开始的上涨自我放大直至到达其最大增长率，并且此增长率最终将又到达其平衡增长率。

以专业术语来表示，即令增长率 a_t 是如同(4.2.7) 式那样的一个函数①

$$a_t=a_t(a_{t-1},a_0,\mu_t) \tag{4.2.7}$$

其中 μ_t 为零均值的正态分布，并假设 $\partial a_t/\partial\mu_t\geqslant0$。在上涨的情况中，令 a_t 对 a_{t-1} 的偏微分被分段定义为

$$\frac{\partial a_t}{\partial a_{t-1}}\begin{cases}\geqslant1 \text{ 若 } (a_{t-1}-a_0)>0 \text{ 且 } da_{t-1}\geqslant0\\ <1 \text{ 若 } (a_{t-1}-a_0)>0 \text{ 且 } da_{t-1}<0\end{cases} \tag{4.2.8}$$

如果增长率在前期已经增长，即$da_{t-1}>0$，则此上涨在 t 时将被放大。在到达其最大增长率之后，将开始以适度的方式减少。在衰退的情况下，对 $a_t<a_0$，$\forall t$ 有类似的推理。

对偏微分为常数的特殊情况，② 这一假设的增长结构的结果如图 4.5 所示。如果存在着增长率对其平衡水平的初始

① 下面形式化的描述有些不同于 Krelle(1959)。

② 克罗拉(1959)假设，当增长率离开其平衡增长率时，偏微分的绝对值减小，但偏微分大于1。

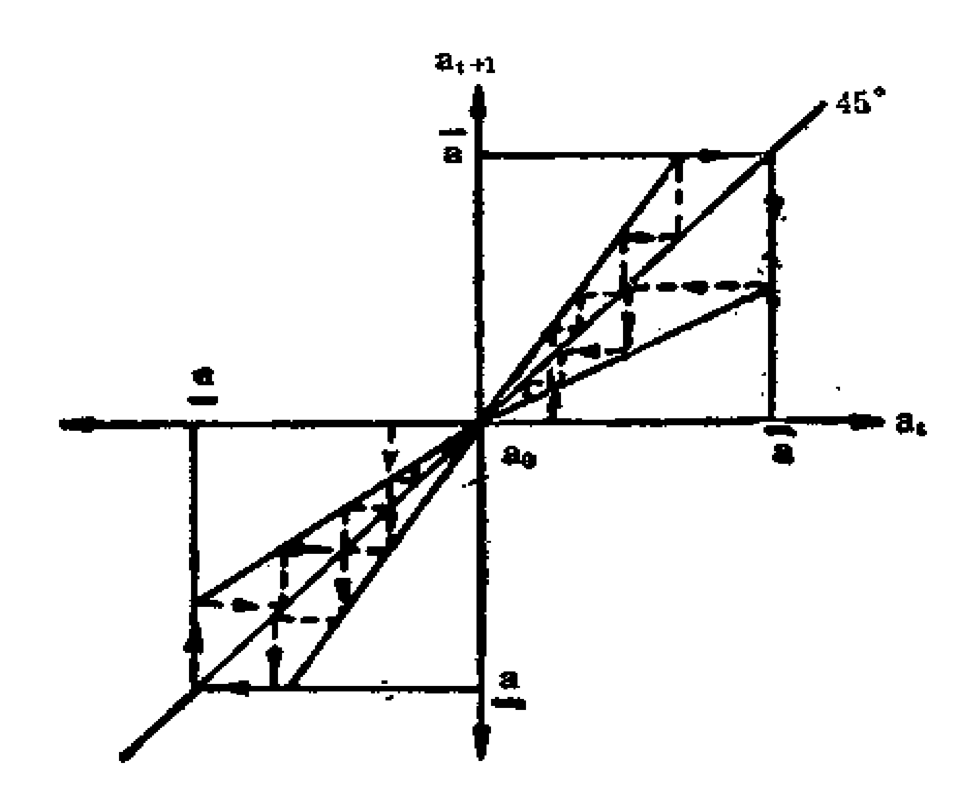


图 4.5　增长率的内生波动

偏离，则将产生增长率的一个循环。

在平衡增长率恒定的情况下，检验(4.2.7)式的全微分，即

$$da_t = \frac{\partial a_t}{\partial a_{t-1}} da_{t-1} + \frac{\partial a_t}{\partial \mu_t} d\mu_t, \qquad (4.2.9)$$

可见，增长率的总体发展取决于a_t本身的内生动态性以及随机影响。

假设开始时经济处于均衡增长的轨道上，且$a_t = a_{t-1} = a_0 > 0$。如果没有包含随机外生影响，即$\mu_t = 0 \forall t$，则不存在使经济偏离这一增长途径的倾向。由于μ_t是具有零均值的正态分布，所以也许可能在t_0时出现一个μ_{t_0}，它或者为正，或者为负，两者具有同等的可能性。例如，假定此μ_{t_0}为正。由于其概率分布的钟式形状，所以随机项的小正值发生的可能

性比大正值发生的可能性要大。设μ_{t_0}确实是一个相对较小的数，它在t_0时导致了a_{t_0}对a_0的一个偏离。根据(4.2.7)式，a_{t_0}对a_0的这一偏离，甚至当μ_{t_0+1}等于零时，将引起a_{t_0+1}的进一步增长。如果μ_{t_0+1}为正，a_{t_0+1}的增长将被放大。由于μ_t是正态分布的，所以$\mu_{t_0+1}<0$同样是可能的，这将意味着a_{t_0+1}的增长是衰减的，甚或在变化方向上是相反的。但是，一旦成长轨道已经开始增长，要逆转其时间路径就需要一个绝对值大于初始正μ_{t_0}的负的μ_{t_0+1}，即$da_{t_0+1}+da_{t_0}<0$，这意味着

$$\frac{\partial a_{t_0+1}}{\partial a_{t_0}}da_{t_0}+\frac{\partial a_{t_0+1}}{\partial \mu_{t_0+1}}d\mu_{t_0+1}+\frac{\partial a_{t_0}}{\partial \mu_{t_0}}d\mu_{t_0}<0$$

$$\frac{\partial a_{t_0+1}}{\partial a_{t_0}}\frac{\partial a_{t_0}}{\partial \mu_{t_0}}d\mu_{t_0}+\frac{\partial a_{t_0+1}}{\partial \mu_{t_0+1}}d\mu_{t_0+1}+\frac{\partial a_{t_0}}{\partial \mu_{t_0}}d\mu_{t_0}<0,$$

在偏微分$\partial a_t/\partial \mu_t$为一恒定值时它将导致

$$\frac{\partial a_{t_0+1}}{\partial a_{t_0}}+1<-\frac{d\mu_{t_0+1}}{d\mu_{t_0}} \qquad (4.2.10)$$

由于$d\mu_t=\mu_t-\mu_{t-1}$及$\mu_{t_0-1}=0$，因此，可以直接推得在$\partial a_{t_0+1}/\partial a_{t_0}>1$的上涨情况中，为了逆转其成长轨道需要有

$$\mu_{t_0+1}<-\mu_{t_0}$$

由于μ_t对零值的较大偏离发生的可能性比小的偏离的可能性要小，所以$a_t, t>t_0$，将可能上升。

这些随机影响能够产生的经济周期如图 4.6 所示。如果没有随机影响，总产量的发展将会由具有均衡增长率a_0的轨道R_0来描述。假设在P_0和P_2之间，函数(4.2.7)使得经济的发展程式化，即在以增长的a_t作初始上涨后，这种上涨在P_1和P_2间将被减弱。在P_2点，再一次达到开始时的均衡增长率a_0，总产量将在一个更高的水平上增长。

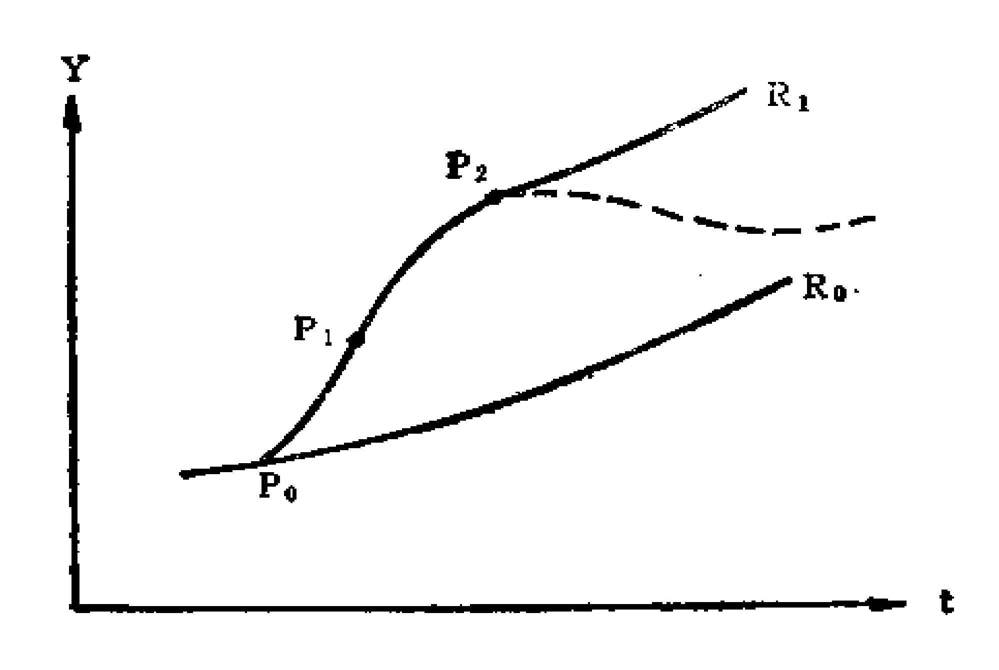


图 4.6　一个随机经济周期

Y_t 愈接近 P_2，使 Y_t 的发展逆转所必需的随机影响就愈小。为简单起见，假设增长轨道R_1是经济可达到的最大增长轨道。因此，在P_2处，任何正的μ_t对增长率完全没有影响。但是甚至一个绝对值非常小的负μ_t就能使经济开始下跌，它将以同前述上涨一样的定性方式出现，如果能够定义一个最小的增长率 g 的话。但在此出现了一个不对称现象，因为难以描述总产量发展的下限。同最大增长轨道相反，并不存在生产能力的下限，所以这个下跌在一个相当长的时期内都可能继续下去。图 4.6 在平衡增长轨道的上方假设了一种经济周期的偶然情况，以致于实际上不存在萧条。

在P_0和P_2间的时间轨迹是平滑的。这并不意味着由随机性产生的内在动态特性实际上可以由这样一条平滑的曲线来描述，相反，它应该被视为在平均意义上的程式化了的时间轨道。确实，在任一时点，随机影响可以使 Y_t 的发展进一

步增长或衰减。甚至于可能发生一次非常强烈的负影响μ_t，它立即使增长途径下跌到低于R_0的水平。这一平滑曲线仅表明了在平均意义上最可能的时间轨道。

因而，随机影响能够产生模型经济的周期运动。所必需的是关于程式化现象的假设，即对均衡状态的一个偏离会自我放大，直到它达到物理的或经济的边界。不一定要假设某个一定的动态结构(例如一个两阶动态系统)内生地确定了纯粹数学意义上的转折点。随机外生影响承担了对周期运动的启动以及转折点的解释。

但是，对函数(4.2.7) 性质的假设在相当程度上是启发性的假设。尽管这个假设在直观上可能是合理的，但是如何才能从一个标准动态模型中推导出这一特性并不是很明确的。尽管如此，在像(4.2.7) 那样的函数中对随机项影响所做的思考，确实对数字研究[如斯鲁茨基和卡莱茨基(参见4.2.1)节)]中关于随机性作用的研究有启发意义。如果在一个具有衰减振荡的线性经济周期模型中增加了一个随机项，则它通常可能会产生具有持续波动特征的时间轨道，这个波动也是不规则的。这一时间轨道不同于非随机轨道的程度主要取决于随机项的数值。①

随机外生影响的作用已经被强调过了，特别是被所谓的新古典主义宏观经济学在预期形成的内容中强调过。研究宏观经济学和经济周期理论的"理性预期"方法已经表明随机性不仅能被添加在已有的结构关系和系统之上，而且它们也可以在个体行为的决定中成为一个基本的组成部分。

① 回忆一下具有衰减振荡的线性模型中的情况，初始干扰表达了在整个调整过程中对平衡态的最大偏离。

研究经济周期的理性预期方法

到目前为止，我们几乎还没有谈及预期在解释经济周期运动方面的作用。这也许会令人感到惊奇，因为对所谓的研究宏观经济学的“理性预期”方法的作用和意义所做的讨论，确实在70年代和80年代的宏观经济文献中占据了主导地位。穆斯是在1960年引入“理性预期”的，它已使得众多的研究者投入到这一领域(对其作一简短的综述是不可能的)，以致人们把那篇文章称为宏观经济学中的一次“革命”[Regg(1982)]。尽管没有人怀疑过“理性预期”对预期形成的一般理论的发展或对所谓政策无效性的讨论所起的作用，但是我们将阐明理性预期在经济周期理论中的重要性并不像通常所假定的那样显著。下面将说明，“理性预期”并不产生周期运动，并且必须对模型结构提出附加假设，这同前面章节中所叙述过的那些内容并无本质上的差异。

理性预期模型极为依赖外生冲击的存在。这显然同第3章的线性加速数—乘数型模型是同一种情况。尽管那些模型经常要求外生冲击的形式为一次性偏移，但理性预期模型一般在每一时期都引入随机外生影响。由于这些随机外生影响是动态理性预期模型的基本特征，我们就以本章(基本上是处理外生力量)对此作一小结。因此，理想的预期方法，即无任何随机影响的“理性预期”，在下面的表述中被完全忽略了。

没有关于研究特定预期形成过程的基本方法的知识，就

难以理解动态的理性预期模型。由于已经有了几本很好的介绍理性预期的教科书，所以下面将仅用很短的一节来描述理性预期和相应的均衡模型的运行。

经济理论中的预期与理性

出于明显的教学目的，课堂上的多数经济模型都被归入了无时间限制的框架之中。在标准的微观经济学教科书中，个体最优化行为的模型（至少是在初等的层次上）勾画出了这样一种情景——其中的个体行为似乎表明并不存在能够影响个体的现期决策的过来和未来。

但是，经济生活显然是发生在一个动态的范畴之中的。由过去的决策所确定的初始环境和天赋资源会影响当前的决策。并且，对于未来的构型存在着反馈过程：现期决策可以直接影响到未来的天赋资源，而对未来事件的考虑也可以决定当前的决策。尽管经济学家有一种共识，即认为一个动态的（即有意义的）模型应该以这样一种方式进行设计——使它能反映这一普遍的时间交叉结构，但是经济理论已经发现在建立特定模型时总是难以兼顾这个因素。基本的“一般均衡分析”[参见Arrow/Hahn (1971)，Debreu (1959)]的抽象思想实验假设了完全的未来市场，甚至已使数理经济学家的注意力偏离了主题。而且，传统的瓦尔拉斯或马歇尔动态经济学主要关注的是经济状态的结果，在这些理论中经济成员的基本行为不考虑时间概念。时间因素（即时段的关联）仅仅是由像拍卖商那样的外部机构引入的。这种在基本静态结构中增添动态因素的方法，在动态经济学的许多方法以及本书所表述的许多理论中都是有代表性的。

直到最近，才有人作出努力来克服传统的微观和宏观经济学中的这一缺限，并考虑了符合真正动态意义的个体行为。这种涉及代际之间交迭的理论，特别是由萨缪尔森(1958)和德雅蒙德(1965)所发展的理论，在动态经济学界受到了极大的重视。这种理论仅在两代人的情况下才是易于处理的，从而也就表明了要令人满意地描绘动态现象是多么困难。

在日常生活中，只要一个经济成员被假定为要考虑将来会发生的事件，这些事件就将影响他的现行决策，那么他就必须考虑自己所不能确知的一些事情。个体被迫去推测他认为重要的变量的量值。这些推测或预测涉及到每一个有关跨时期的个体最优化问题的动态模型，有的是明确描述过的，有的是隐含假设过的。尽管预期是极为重要的，经济理论对预期的形成过程仍然缺乏研究。由于经济学是一门试图描述和解释人类真实行为的科学，所以它的任务是为实际的预期形成过程提供理论的描述，而不管这些预期是否会被满足。但是，像效用函数一样，预期也是不可观测的，这样也就不可能监测预期。通常，在一个社会中，不同的个体对某一变量可能会有许多不同的预期值；因此，在此范畴中经济学的主题仅仅是要探寻大致相似的模式并对其进行分类。但是，当人们努力使这种模式完全一般化时，甚至这个看起来很简单的尝试也是注定要失败的。然而，动态经济学长期以来一直在临时性地研究少数几种单独的预期形式；在这一时期里，即便是这种临时性的特征也常常没有得到明确。尽管它们经常可能是正确的，但有像预期的静态性、适应性或外推性这一类的假设，都是非常粗糙的前提，这些前提常常被使用是由于它们比较容易处理，而不是因为它们是对个体心理行为的正

确描述。

为了说明这些不同的概念，假设一个变量 x_t，其在 t 时形成的、在 $t+1$ 时的未来预期值用 $x^e_{t+1,t}$ 表示。静态预期简单地假定，现期观测值 x_t 在下期也将成立，即

$$x^e_{t+1,t}=x_t \tag{4.3.1}$$

通常，静态预期仅在静态平衡状态（即当每一变量的变化率为零时）才是正确的。仅当个体绝对没有关于外生力量未来情况和关于经济结构的任何信息时，才能证明静态预期的假定是正确的。对于经济周期理论而言，静态预期肯定是不合适的，因为在波动的经济中具有这些预期的个体总是要滞后于实际的发展。

适应性预期的假设表述了这样的思想，即在一特定变量的以往预期值和当前实际值之间出现差异时，个体才会调整他们的预期［参见Cagan(1956)，Nerlove(1958)］。令$x^e_{t+1,t}$代表在 t 期对 x_{t+1} 的预期值。如果以往预期值和现期实际值，即 $x^e_{t,t-1}$ 和x_t相背离，则在 t 期形成的对x_{t+1}的预期将根据

$$x^e_{t+1,t}-x^e_{t,t-1}=\gamma(x_t-x^e_{t,t-1}),\quad 1>\gamma>0 \tag{4.3.2}$$

进行修正。注意，当 $\gamma=1$ 时，方程(4.3.2)等同于（4.3.1）式。而且，用适应性预期不可能预计到波动经济的转折点，因为预期变化的符号总是与实际值对预期值的当前偏差相一致。

在(4.3.2) 式中代入预期值，并且忽略过去最初的预期值的影响，即得到

$$x^e_{t+1,t}=\sum_{\tau=0}^{\infty}\gamma(1-\gamma)^{\tau}x_{t-\tau} \tag{4.3.3}$$

即一个变量的预期值等于过去所有实际值的一个平均量。因此，适应性预期非常类似于外推性预期，即

$$x^e_{t+1,t}=\sum_{r=t_0}^{t} \alpha_r x_r, \quad \alpha_r>0 \tag{4.3.4}$$

两者之间的差异在于 t_0, t_0 可以是过去的任一时点。①

适应性和外推性预期是动态经济学对预期形成过程最普遍的假设。这些预期除了易于处理之外，它们还具有这样的优点，即它们能在经济模型的各个时期之间形成基本动态的、跨时期的联系。像其他任何过于简单的假设一样，适应性或外推性预期可能是对实际过程的正确描述。但是，只要经济不是以一般均衡为特征，那么这些预期可能就意味着个体总是在做错误的预期。如前所述，如果经济是波动的，就肯定会出现这种情况，因为如果调整参数 γ 在所有的时期均是恒定的，那么转折点就永远不会被预测到。也许有人会说，个体应该能够认识到这些预期错误，并且他们会通过调整预期形成过程来克服这一不足。虽然作出这个必须修改思考过程的判断是容易的，但是要建立更好的假说却要困难得多。穆思(1961)提出了一项得到普遍认同的建议。因为理论家是利用已有的特定经济模型来评价关于预期形成过程的不同假说的，所以下述假定也许是有用的：即预期基本上能预计到的正是那个模型的结果。如果我们暂时不考虑随机影响，那么这一假设就意味着一个(模型)变量的预期值和实际值总是吻合的。因此，这些总是被满足的预期被恰当地称之为完备预测。一旦随机影响被考虑进去，这一完备预测方法就必须加以修改，因为显然不能假定个体也知道随机变量的量值。但是，如果个体认识到随机影响的存在，而且如果他们知道这些随机影响的概率分布，则在预测实际值时他们就不会出现

① 从形式上看，方程(4.3.3)和(4.3.4)是分布延迟的。

系统性误差。由于这些修正方法或系统性错误的消除与理性相结合，穆思把这些预期称为“理性预期”。理性预期模型与完备预测模型的不同之处在于，未来变量的实际值被这些变量的当前预期所替代，故而它被称之为“必然等价模型”。理性预期模型的作用最好通过微观经济学的供给和需求结构来加以说明[参考Muth (1961)]。① 令 x_t^d 为对商品的需求：

$$x_t^d = a - bp_t \qquad (4.3.5)$$

其中 p_t 为商品价格。假设在此时期的开始，商品的供给取决于此时期的预期价格

$$x_t^s = c + dP_t^e + \mu_t \qquad (4.3.6)$$

其中 P_t^e 为此期的预期价格，μ_t是具有零均值的随机变量。

系统的均衡价格，即$p_t = p_{t-1} = p_t^e\ \forall t$，当然与特殊的预期假说无关，则均衡价格为：

$$P^* = \frac{a-c}{b+d} \qquad (4.3.7)$$

而在随机情况下，则为：

$$P_t^* = \frac{a-c}{b+d} - \frac{\mu_t}{b+d} \qquad (4.3.8)$$

理性预期假设个体能够计算出此均衡价格，并且他们预期此均衡价格在现期会实现。因此，预期价格 P_t^e 被假设为是(4.3.8)式的数学期望，即$p_t^e = E(p_t^*)$，由于$E(\mu)=0$，所以它等于(4.3.7)式。如果预期价格 p_t^e 被代入(4.3.6)式，即得

$$x_t^s = c + d\left(\frac{a-c}{b+d}\right) + \mu_t \qquad (4.3.9)$$

① 下面的表述是根据 Carter/Maddock(1984)做出的。

这样得到的均衡价格确实是等于(4.3.7)式加上一个随机项。

这一简单的微观经济学模型揭示了理性预期的所有基本特征。它特别清楚地表明了理性预期假说对持久均衡系统假设的依赖性。如果在一模型中出现了实际值不确定的非均衡，则个体就不能计算预期值。一般来说，如果实际值原则上不能由模型确定，则预期也同样不能形成。从实用主义的观点来看，令人难以理解的是，在70年代古典经济学复苏时期间理性预期会表现得如此突出，因为这一关于预期的假说是与均衡宏观经济学最为一致的。①

仅有理性预期概念还不能够产生经济的动态波动行为。在没有确切的预期假说的情况下，一个动态模型的数学结构如没有振荡的可能性，仅靠引入理性预期也难以转化为一个经济周期模型。另一方面，动态模型中的现象（例如此现象是在适应性预期情况下出现的），也可能会被理性预期所抑制。对于政策无效性的讨论已经清楚地表明对动态政策规则(例如货币供给的稳定增长)的正确预期，可能会导致这些政策的失败。在理性预期情况下，个体并不滞后于实际发展的事实导致了潜在振荡力的减弱。如果个体能正确地预测政策规则，那么可能由执政党的政策所产生的经济周期(参考4.1节）就不会开始。

理性预期经济周期模型——即那些能展现波动且这些波动一般都与理性预期基本一致的模型，是不同于纯粹的、程式化理性预期模型的模型。难以避免的信息不全或对随机过

① 近来，理性预期已被用于非均衡的配给模型[参见Gerard-Varet et al.(1984).]。虽然这些适宜的模型研究偏离瓦尔拉斯一般均衡的经济行为，然而它们着重研究的是暂时形式的均衡状态或经济处于配给均衡。

程的假设等因素，对于提供允许振荡运动的动态结构都是必需的。因此，在大多数已有的理性预期经济周期模型中，正是这种对理性预期的偏离才产生了周期。①

下面将要介绍的所有模型，就变量的计划值和实现值的一致性而言，都是均衡模型，如果考虑到阻止该系统立刻达到一般瓦尔拉斯均衡的技术和经济约束的话。尽管在新古典宏观经济学和理论预期经济周期的有关文献中，对均衡状态的这一强调已经受到不少批评（特别是由于对失业率的处理），但必须注意的是，与均衡有关并不是理性预期模型的特征。②

新古典宏观经济学

理性预期模型在宏观经济学中流行的主要原因之一，可能与新古典经济学对所谓的“政策无效性”讨论的主要贡献有关。理性预期宏观模型能够以其最简单的形式表明，如果个体知道政府的政策规则，并已形成与这些政策规则有关的预期的话，以需求为主的政策刺激（这种刺激是凯恩斯主义经济政策的本质）将是完全无效的。③尽管基本模型后来已经用

① 这一描述仅对上述理性预期的定义才是有效的。换言之，理性预期常常被定义为一预期形成过程的结果，而在此过程中已经考虑了所有可以取得的信息。但是，这一性质不能够做为理性预期的鉴别性的特征，因为，例如，具有适应性预期的个体也可能收集所有可以取得的信息。

② 同样可以比较Ramser (1985),p,Ⅱ，122f.除开均衡模型比非均衡模型易于处理的事实不谈，卢卡斯/萨金特〔(1979)，p. 304ff.〕否定了仅仅是，例如，库存和失业的存在导致了在实际值和计划值相背离意义上的不均衡的发生。

③ 对理性预期模型中稳定性政策的一个优秀的综述可见 McCallum (1980)。

具备合格条件的结果进行了修改，但是陈述这些简单模型对于理解更复杂的理性预期经济周期模型的运行是有益的。①

因为理性预期必定会涉及均衡状态，因此总需求和总供给函数概念是研究宏观经济关系的一种适宜的工具。尽管在凯恩斯主义经济学的某些解释中这类概念会出现一些问题，特别是在配给的情况下；但是整个经济的一般均衡状态仍可以由总供给函数（它描述劳动力市场中的均衡）和总需求函数（它反映商品市场、货币市场和证券市场的同时均衡）的交叉点来表现。②一般来说，如果名义工资率是完全弹性的，则总供给函数通常是垂直的。需求刺激政策对于产量和就业来说通常是无效的，而只会导致价格水平的上涨。这与凯恩斯所建立的理论并不矛盾，他的推理或者是由于需求政策的范围被限制在产量水平低于一般均衡的水平，或者是由于名义工资率被假定为是无弹性的。显然，一项成功的需求导向政策的理论前提是向上倾斜的总供给函数，如果放弃有弹性的名义工资的假设，便能很容易地建立这一函数。弗里德曼(1968)提出了建立这种函数的另一种可能的方法，它更多地牵涉到个体的错误感觉而不是制度性约束。假设价格上涨是一个需求刺激的结果。假设其余情况均保持不变，实际工资的下降会导致企业家增加对劳动力的需求，这最终会引起名

① 事实上，已经弄清楚了政策无效性结论仅对一小组模型是有效的。例如，可以比较Fischer(1980)，他证实"存在着大量的途径，通过这些途径甚至是完全能预期到的金融政策也能影响到产出的行为。"[Fischer(1980), p.213]。

② 关于总供给函数和总需求函数的概念可见Dornbusch/Fischer(1978), Branson(1979), or Carter/Maddock (1984)。

义工资的上升以致于又回复到最初的实际工资。这是总供给函数垂直时的情景，如果名义工资对价格的滞后不太大的话。但是，这也可能是工人连续谈判时的情况。如果他们总是在劳动力市场上已经签定合同后才去商品市场的话，则在劳动力市场上签定合同的时候，他们也许会错误地预期商品价格。因此，如果名义工资增长是价格上升的结果，工人也许仍然相信实际工资已经得到提高，如果他们的预期是以上期价格为基础的(即他们的预期是静态的)。因此，由实际工资下降而导致的对劳动力需求的增加也许与由实际工资提高而导致的劳动力供给的增加同时发生。其结果也许是产量和就业的提高，并且总供给函数的确是向上倾斜的。但是，一旦工人认识到价格提高了，那么实际工资率将再次被正确地预测，而产量和就业将回复到前一均衡水平。

这段文字推理可以用所谓的卢卡斯-萨金特(Lucas-Sargent)供给函数来表述：①

$$Y_t^s = Y^* + \delta(p_t - p_{t,t-1}^e),\ \delta>0 \qquad (4.3.10)$$

只要实际价格和预期价格一致，商品的供给就等于产量的一般均衡水平 Y^*，Y^* 常常被不恰当地称为产量的“自然”水平，相应地，就业水平 $N(Y^*)$ 就被称为就业的“自然”水平，在讨论失业问题时，这些提法可能会出现意识形态方面的扭曲。

一些模型的政策无效性特征可以通过下面的分析来证实。② 假设 (4.3.10)式中的预期 $p_{t,t-1}^e$ 是根据理性预期假说

---

① 在(4.3.10)式中包含一随机项也是可能的，它反映的是外生力量而非预期的影响。但结果并不为这些随机影响所改变，因此，在下面它们将忽略掉了。

② 下面的描述得益于Carter Maddock(1984)。

形成的，即预期$p^e_{t,t-1}$是数学期望$E_{t-1}(p^*_t)$，$E_{t-1}(p^*_t)$是在$t-1$期对在t期实现的均衡价格p^*_t所做的数学期望。

令总需求函数的线性形式为：

$$Y^d_t=\alpha x_t-\beta p_t \quad \alpha,\beta>0 \tag{4.3.11}$$

其中x_t表示自发需求(例如政府的需求)，并假定经济总是处于暂时均衡状态，则得

$$Y^s_t=Y^d_t \tag{4.3.12}$$

方程式(4.3.10)、(4.3.11)和(4.3.12)同理性预期假说$p^e_{t,t-1}=E_{t-1}(p^*_t)$一起共同构成了一个具有5个未知变量的4方程系统。为了闭合此模型，假定x_t是外生给定的。令供给和需求相等可以得到均衡价格水平p^*_t:

$$p^*_t=\frac{\delta p^e_{t,t-1}+\alpha x_t-Y^*}{\beta+\delta} \tag{4.3.13}$$

根据理性预期假说，个体的预期是p^*_t的数学期望：

$$p^e_{t,t-1}=E_{t-1}(p^*_t)=E_{t-1}\left(\frac{\delta p^e_{t,t-1}+\alpha x_t-Y^*}{\beta+\delta}\right) \tag{4.3.14}$$

显然，$E_{t-1}(p^e_{t,t-1})=p^e_{t,t-1}$，它们是同义的。因为$Y^*$是一常量，并且如果个体也看出它是常量的话，则必然有$E_{t-1}(Y^*)=Y^*$。进而言之，如果系数α、β和δ被正确地预计到，则p_t的期望值可以写为

$$p^e_{t,t-1}=\frac{\alpha E_{t-1}(x_t)-Y^*}{\beta} \tag{4.3.15}$$

把(4.3.15)、(4.3.13)和(4.3.10)式结合起来即得：

$$Y^s_t=Y^*+\delta\frac{\alpha(x_t-E_{t-1}(x_t))}{\beta+\delta} \tag{4.3.16}$$

Y^s_t对Y^*的偏离仅仅发生于当x_t的实际值不同于其期望值的情况中。如果预期同正确值只差一个随机项，即

$$E_{t-1}(x_t)=x^e_{t,t-1}=x_t-\mu_t$$

其中 μ_t 是一个具有(例如零均值)的随机变量，则(4.3.16)式变成

$$Y^e_t=Y^*+\frac{\delta\alpha\mu_t}{\beta+\delta} \tag{4.3.17}$$

并且产量围绕均衡水平 Y^* 作随机波动。这一结果就是人们所熟知的理性预期宏观模型的政策无效性的基本性质。如果个体能够正确地预测到一项需求刺激政策，那么不管干预的量值如何，此政策都注定要失败。在这个模型中，相反的政策规律也会得到同样结果，并且唯一存在的问题是，假设个体了解政策规律的合理性如何。如果存在着一项仅伴随有轻微随机干扰的标准规则，则个体在过去可能经历了一个学习过程。① 如果在过去的政策决策中无规律性可循，那么要证明预期假说的正确性当然也就是困难的。在任何情况下，理性预期都是对个体获得信息的可能性的一种极端假设。

一个试图用需求刺激政策来操纵经济的政府，只有在它打算背离固定的规则而不事先宣布这一背离时才能成功。

就周期运动而言，理性预期令人感兴趣之处在于，在假设政策规律本身是波动的情况下，在这个简单模型中政策无效性结论仍然正确。② 例如，假设为了再次当选，执政党的需求政策是周期性的(参见 5.1 节)。尽管适应性预期难以补偿 $\{x_t\}$ 的这一周期性和由此导致的 $\{Y^e_t\}$ 的周期性，但无任何信息限制的理性预期则确实可以完全地校正此周期力量。在这个意义上，我们可以说，理性预期的引入削弱了外生力量

① 关于理性预期模型中的学习过程的问题可以比较Friedman(1979)。

② Blinder/Fischer (1981). p. 280.

潜在的启动振荡的作用，如果这些外生力量不是随机的，因而也不是不可预测的。

因而，在下面将要描述的理性预期经济周期模型，要么必须在个体(甚至当他努力去做时)不能获取有关量值的信息的意义上引入信息短缺，要么必须假定经济的动态结构，而且预期假说不能严重地影响此结构的作用。①

理性预期经济周期模型

理性预期经济周期模型可以分为三类：②

(1) 所假设的经济结构阻止个体获得整个经济中关于潜在的周期性力量的信息。(2) 理性预期的正确性不能立即形成，因为需要一个学习的过程；在此过程中，预期在广义上同适应性预期的形式一致。(3) 信息是完全的，预期是理性的，但经济的动态结构由于其本身的原因将允许周期性运动。

第一类模型(即本节描述的所有模型的大多数)，在经济结构方面有显著特点。这些经济结构考虑到了在实际经济部门中的周期运动；另外，它在信息短缺方面也有其特点，即个体的努力不能补偿这些信息短缺。这些具有信息短缺的模型的典型代表是卢卡斯 1975 年的均衡经济周期模型，它利用了费尔普斯关于地理上不相关联的市场的著名的"岛屿"模型[费尔普斯(1969)]。③ 假设在一个为了宏观经济目的而被分为不同的非关联市场的经济中，在任一"岛屿"(市场)上的个

① 关于宏观经济模型的动态结构见Shiller(1978)and Kydland/Prescott (1980)。

② 外生影响序列相关的情况在下面将被忽略。

③ Lucas/Prescott (1974)也详细描述了类似的结构。

体都无法确切地了解其他市场的情况。①在每一时期的开始，个体随机地寻找一个市场，整个时期他们都在此市场中工作。每一个岛屿都对应于经济总体中的一个部门，根据新古典主义的货币增长理论，在这些部门中进行着生产和积累。如果政府的购买和由管理全体不同市场的政府所提供的货币在这些岛屿中同样也是随机分布的，则会出现这样的问题，即在这样的情况下个体可以拥有什么种类的信息。个体唯一能够直接观察到的是他刚刚去过的那个岛屿的资本存量，因为资本被假定为是稳定的。他既不知道此时期开始时在其他市场中的资本存量，从而不知道此时期开始时总的资本存量，也不知道那些市场中的货币存量。但是，他具有关于以前他曾到过的那些市场中各个时期经济事件的精确的历史知识。我们可以假定他已经发现了资本存量以及政府购买的时间轨迹的一种主观概率分布。为简便起见，卢卡斯假定客观概率分布已经固定在定常值上，且与主观分布是一致的。个体必须确定下期资本存量的数量，即在本期必须要生产出的追加投资品，并且要确定在此期结束时对货币存量的需求。关于这些量值的决策不仅取决于当前变量，而且也取决于下期的预期量值。货币报酬是预期通货膨胀(通货紧缩)率，在不确定性的情况中它可以被写为②

$$r_{mt}=p_t-\bar{p}^e_{t+1,t} \qquad (4.3.18)$$

其中 p_t 为个体刚刚到过的市场中的实际价格水平，$\bar{p}^e_{t+1,t}$ 为下期中的预期平均价格水平，因为个体并不知道下期他将去哪一个市场。资本报酬在下期是可以得到的，并且它将保持

① 注意相当古老的情景，它完全不存在无线电通讯和类似的机构设置。

② 小写字母表明所有变量均是以对数形式写出的。

当年的布局，它又被定义为当前市场中下期的预期(租赁)价格 $p^e_{t+1,t}$ 和预期平均价格 $\bar{p}^e_{t+1,t}$ 之间的差额，因为资本所有者在下期将会发生改变：①

$$rK_t = p^e_{t+1,t} - \bar{p}^e_{t+1,t} \qquad (4.3.19)$$

这一情况的重要性在于，即使概率分布确切可知，我们仍然不可能得到关于外生影响的精确信息。因此，我们不应该单从字面上理解岛屿模型。它只不过是说明不完全信息如何发生的一个理论上的例子。

在此范围中，岛屿模型的令人感兴趣之处在于：信息不完全性对于(除了最近一时期以外)其他时期中的实际积累过程是有影响的。但是，这一跨时期的关联本身并不能导致围绕定常值的持续波动。由于随机影响是序列无关的，所以实际变量充其量也不过是遵循在随机项后面具有一期延迟的马尔柯夫过程。② 从形式化的观点上看，它不可能产生类似正弦波的运动。③ 如果人们乐意接受这样一种马尔柯夫过程，它可能突然改变方向从而可以令人满意地反映典型的周期形状，则这一基本的一维模型可以被称为经济周期模型。但是，内生周期是由随机外生因素启动的，因此，这种周期只有在

① 租赁价格实际上是根据资本的边际生产性确定的。卢卡斯忽略了像递减报酬这样一类因素的可能作用，而用一般价格水平近似地表示租赁价格。

② 比较 Sargent(1979), p. 264，他同样研究了类似的经济周期模型，它们把调整成本具体化了(在所引用的书中第 16 章)。

③ 把这些模型作为"经济周期模型"，关键取决于所假设的时期长度。一个年度数据的时间序列会呈现出锯齿形状，而(例如)星期数据则会呈现出较平滑的正弦波时间轨道。为了可以进行比较，就必须在不同的模型中设定同样的时期长度。尽管一个生产期的确切长度原来曾是一个标准参照，但是这一时期到底是多长仍然是一个问题。

系统具有较高维数时才能生成。为此，卢卡斯(1975，第202页脚注)说明必须通过如引入加速数作用来修正模型的内部结构。在这种情况下，一个理性预期模型将在经济意义上和形式上恒同于传统的乘数—加速数模型，其根本差异是启动周期行为的必要冲击被"内生化"了，而这种内生化是指在个体预期决定一外生影响的作用是否像一次冲击的意义上而言的。

为了形成正规的经济周期模型，必须在随机影响序列无关的基本假设下，建立在理性预期模型中能在形式上产生持久波动的动态系统；这种必要性在原则上会引致对第3章已经描述过的所有延滞和多时期时间关联的考察。有两个方法已经受到特别的重视，下面将简要地加以介绍。

探讨储备库存的作用长期以来一直是经济周期理论研究中的一个焦点(参见3.1.1.3节)，这是因为库存的存在是最有说服力的跨时期关联之一。布林德和费希尔(1981)已经研究了这样一个问题——在卢卡斯供给函数结构中引入库存是否会改变政策无效性的基本结果，即政策干预是否存在任何实际的和持续的效果。从微观经济的角度考虑，他们对库存存货的发展导出了一个动态方程，即

$$N_{t+1}-N_t=\theta(N_t^*-N_t)-\Phi(p_t-p_{t,t-1}^e) \qquad (4.3.20)$$

$$\theta,\Phi=\text{常数},\ 0<\theta<1,\ \Phi\geqslant 0$$

其中N_t为t时开始时的实际库存存货，N^*为最优计划库存存货，p_t和$p_{t,t-1}^e$分别为实际的和预期的价格水平的对数。此函数的含义是显而易见的：如果计划库存存货大于实际存货，则企业会努力用一个比这一缺口本身小的量逐步地弥补这一缺口。价格突变项反映了将库存作为缓冲器的观点：如

果现期的实际价格高于对此期的预期价格，则企业本期售出的产品比已经预期的要多。假如其他条件保持不变，在下期开始时的库存存货会因此小于本期开始时的库存存货。

令 $S_t=Y_t-(N^*_{t+1}-N_t)$ 表示在市场中的实际销售。如果计划和实际库存存货有差异并且商品的生产是恒定的，则只有在适当地调整销售时，缺口 $N^*_{t+1}-N_t$ 才能得到弥补。但是，当例如计划库存超过实际库存时，假设生产是恒定的是不现实的：为了使销售保持在某个恒定的水平上，商品的生产可能会增加。因此，布林德和费希尔(1981)假设生产的商品量由下式决定①

$$Y_t=Y_t^*+\gamma(p_t-p^e_{t,t-1})+\lambda(N_t^*-N_t),\ \gamma>0,\quad 0<\lambda<1 \tag{4.3.21}$$

方程(4.3.21)是一个修正了的卢卡斯供给函数，其中 Y^* 为“自然”产量水平。布林德和费希尔(1981)对微观经济的考虑，隐含地表明 $\theta>\lambda$，这使得当 $N^*_{t+1}-N_t\neq 0$ 时，销售正在改变。由于引入了标准总需求以及对计划库存存货的确定作了特殊的假设，所以模型被闭合了。布林德和费希尔(1981)能够表明，在恒定的计划库存存货和货币需求无利率弹性的情况下，未预计到的货币存量变化的实际效应会出现。货币存量的提高会导致价格升高和销售增加，这在开始时会减少库存。这一减少本身会导致增加生产，并导致库存在后续时期中再次增加，直到再次达到其原始稳定状态。因此，经济周期的一部分已经得到解释，即货币存量的非预期变化会导致实际变量持续地偏离其趋势，但是这些变化不能够启动一个具有持

① 在供给函数中，一个假设的误差项再一次被忽略掉了。

久上升和下降性质的全周期。在计划库存取决于利息的情况中，仅对于完备预测的特殊情况才可能得到一个结果：如果个体在时间 t 的某个时点上完全地预测到了货币存量的一种变化，则他们同样可以正确地预测到通货膨胀率。① 如果名义利率并无重大变化，则通货膨胀率的一次下降会导致实际利率的一次上升，这意味着计划库存存货会下降。为简单起见，布林德和费希尔(1981)假设了一个线性关系

$$N_t^* = \overline{N} - \delta r_t,\ \overline{N}, \delta > 0 \qquad (4.3.22)$$

其中 $\overline{N}$ 和 δ 为常数。令 $t=\tau$ 为因货币存量被改变而使通货膨胀率下降的一个时点。相关变量的时间轨道如图 4.7 所示，它表明了在外生变量发生实际变化的前后，预测到的冲击所产生的实际作用。②

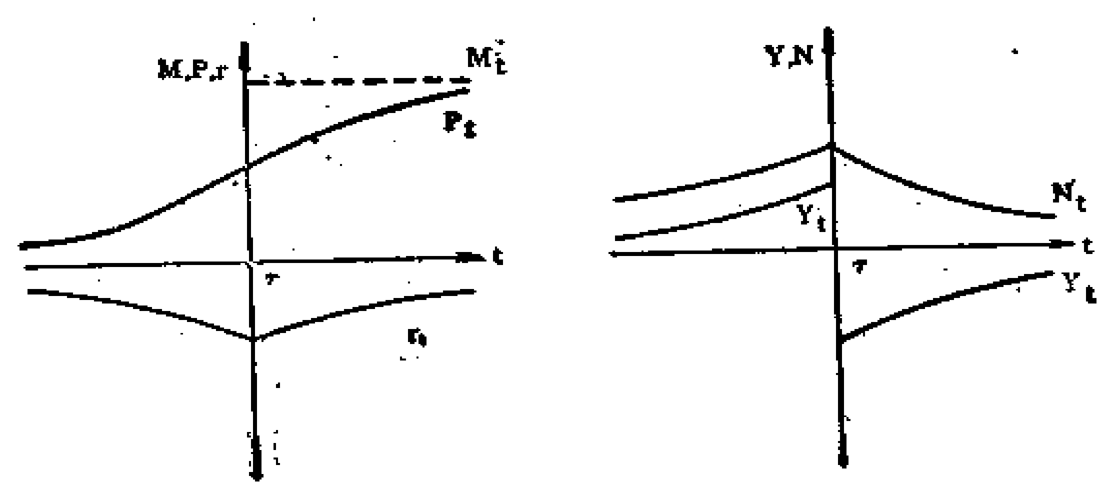


图4.7 对前一均衡值的偏离

布伦纳、库基曼和梅尔特泽(1983)建立了一个精心设计的模型，它也是研究库存存在的作用。布伦纳等人假设在交

① 详细情况读者可以参考 Blinder/Fischer (1981)附录。

② 布林德/费希尔(1981)同样也研究了预期货币存量增长率变化的作用，它导致了稍有不同的结果。

易开始之前，商品价格就被做了广告并且在此期间保持不变。以货币存量的未预测到的变化为形式的外生冲击会影响实际利率和库存存货。补充库存的需要会增加对劳动力的需求，这又使得均衡的实际工资率开始上升。但是，实际工资率的提高会产生一个反馈过程，因为目前为库存而进行的生产会获得比为当前销售而进行的生产更高的利润。在此情景中出现的动态性又可以被描述为实际变量对其定常值持续的但非振荡性的偏离。

第二类模型考察了在理性预期模型中与一个经常提出的批评有关的一种现象。概率分布为已知的假设，实际上仅当它们涉及单一平衡态时才有意义。如果经济的结构参数发生变化从而使静态均衡值也发生了变化，则理性预期理论隐含地认为，个体在他们必须知道可能潜在地影响着均衡状态的每一信息细节的意义上是具有无限知识的。只有通过实证研究才能合理地得知概率分布的说法也许会引起争论。①尽管这些学习过程可能是非常复杂的，但是布伦纳、库基曼和梅尔特泽(1980)已经指出，如果不能排除外生变量的变化将会是持久的，并因而将会改变定常的均衡状态，那么根据理性预期假说，预期形成过程中可能会出现进一步的问题。一旦个体面对某一外生变量出现的一个未预测到的变化，就难以立刻确定此冲击是否是暂时的(这样，定常均衡将不受影响)或者它是否是持久性的。布伦纳等人研究了一个具有商品、货币和劳动力市场的均衡经济周期模型，在此模型中个体知道经济的确定性以及随机性的结构。但是，在 t 时个体难以

---

① 如前所述，这一点已经为卢卡斯(1975)所假设。

确定 t 时的一次外生冲击将是暂时的，还是持久的。① 如果个体知道外生变量 $x_t = x_t^p + x_t^t$ 的过去值，其中 x_t^p 为持久性的，x_t^t 为暂时性的，就能够表明对当前冲击持久性成分的最佳估计是对此外生变量在过去被观测到的值的一个分布滞后：②

$$E(x_t^p) = \lambda \sum_{r=0}^{\infty} (1-\lambda)^r x_{t-r} \qquad (4.3.23)$$

其中常数 λ 由 x_t^p 和 x_t^t 的概率分布的方差所确定。方程(4.3.23)与方程(4.3.3)的比较表明，如果系数 λ 和 γ 具有相同的定性性质，则在这种情况下理性预期在形式上等价于适应性预期。因而，布伦纳等人能够证明像生产能力下降这样的外生冲击的持久作用是存在的，它们并不依赖于加速数的作用或类似的现象。

虽然上述方法通常不能够说明振荡的可能性，但是第三类模型则比传统的经济周期模型更能说明这一点。朗和普芬泽(1983)已经证明，在一个模型中，不利用上述模型中所提到的任何限制(如不完全信息、调整成本或随机项序列相关)，也可能产生完全的经济周期。在没有货币但有多种货物（它们可以作为生产过程的投入品）的“罗宾逊-克鲁索”经济的假设下，朗和普芬泽证实了跨时期的偏好和生产的可能性之间的相互作用可以导致周期行为。此结论的必要条件是存在向量生产函数：

① 依据后面所谈，要确定外生冲击的效果归因于不同时期冲击的暂时性成分还是持久性成分，甚至也是不可能的。

② 详细说明可以比较 Brunner et al. (1980), p. 475，以及那里所提到的文献。

$$Y_{t+1}^{*}=F(L_t,X_t,\lambda_{t+1}^{*})\tag{4.3.24}$$

其中$n\times1$向量L_t和Y_t分别代表劳动力投入和产出，X_t为$n\times n$的商品投入矩阵。$n\times1$的向量λ_{t+1}为随机项，它们遵循马尔柯夫过程，并且它们的实际值在此生产时期中将得以实现。尽管关于劳动和商品投入的决策在此时期开始时就必须做出，但是在t时仍不能精确地知道下期可得到的实际产出。对于(4.3.24)式的科布一道格拉斯形式和一个周期的效用函数的特殊情况，朗和普芬泽推导出一个差分方程系统，

$$\ln(Y_{t+1})=A\ln(Y_t)+\ln(\lambda_{t+1})+\text{常数}\tag{4.3.25}$$

其中A为投入一产生系数矩阵。① 显然，A的特性决定了周期现象是否会出现。在原则上，有可能会出现复数根，这意味着持久波动的产生。那些平滑的动态过程同随机分布的外生冲击相结合确实可以产生实际变量的时间轨迹，它们同实际观测到的时间序列有着惊人的相似性。

上述模型都是在离散时间状态下设计的，这使得动态结构高度清晰，并且这也是在不确定性存在时的一个必要假设。为完整起见，下面将简要地讨论在完备预测的连续时间模型中出现的一个现象。② ③

假定一个完备预测模型的动态结构可以简化为一个两维微分方程系统：

$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=f(x_1,x_2)\\ \dot{x}_2&=g(x_1,x_2)\end{aligned}\tag{4.3.26}$$

① 卢卡斯(1973)也推导出了一个形式上类似的方程。

② 在连续时间模型中，理想预期和完备预测是等价的，这是因为错误的感性认识是立时纠正的。

③ 关于下面的主题，可见 Begg(1982)。

其中，x_1 和 x_2 可以(例如)表示价格和资本存量。用(x_1^*, x_2^*)代表此系统的稳定状态。通常最理想的情况是此稳定状态为全局渐近稳定的，即无论选择那一个起始点，其轨迹总是收敛于此稳态值。假设系统在开始时并不位于这一稳定状态，并且个体必须估计内生变量 x_1 和 x_2 的初始值。把渐近稳定均衡同完备预测假设合在一起意味着对初始状态的不同估计，这些不同的估计将导致不同的完备预测时间轨道，而这些轨道将全部终止于稳定状态，在正确地预期到最终状态的意义上都具有相等的"理性"。因此个体可以不必区分初始状态的不同估计，这是因为错误预期到的时间轨道仍然会终止于稳定状态。所以，全局稳定性性质不应该作为完备预测模型的一个特征。结果只有鞍点的特殊情况才是适宜的动态现象，这种情况通常被排斥在动态经济学的范围之外，在连续时间模型中这和理性预期是一致的(参见图 4.8)。① 如果稳

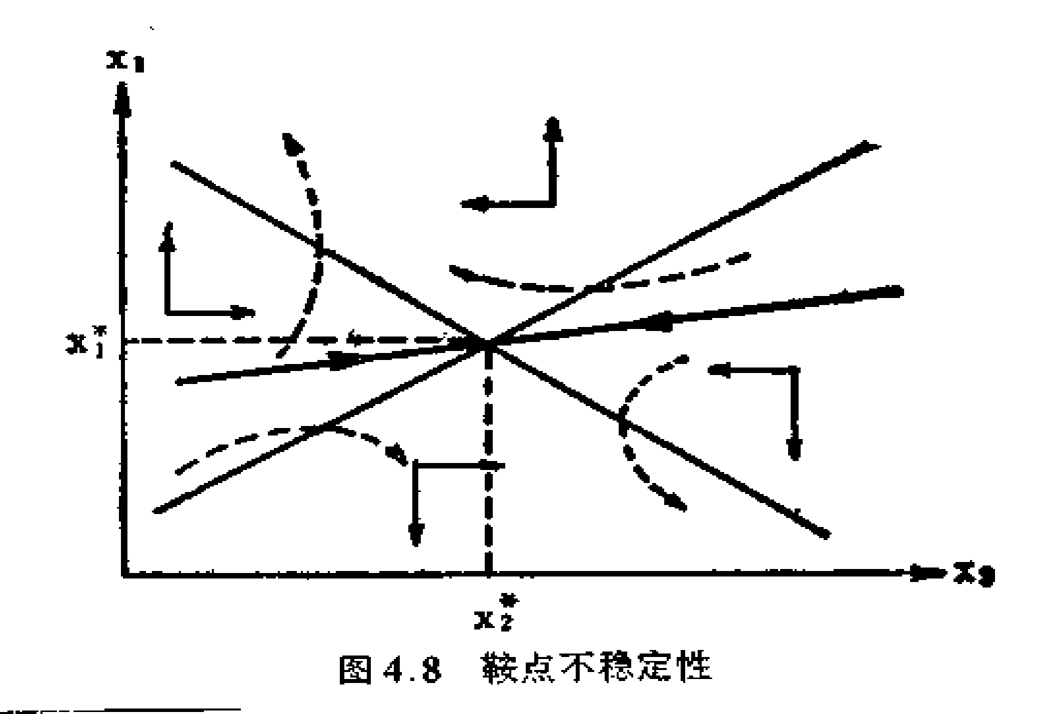


图 4.8　鞍点不稳定性

① 鞍点通常发生在金融资产的市场中。见 Begg (1983)。

定状态为一个鞍点，则必定存在一条唯一的终止于稳定状态的轨迹。因为每一条其他的轨迹都会离开均衡点，所以为了讨论有意义的完备预测均衡模型，完备预测要求个体所估计到的初始状态必须位于这条唯一的鞍形轨道上。

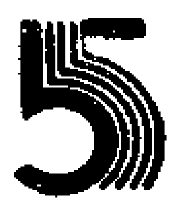
在总结上述理性预期经济周期模型时，应该提及下列特征：

——仅有理性预期不能产生对静态均衡的持久偏离，甚或也不能产生完全的经济周期。

——要为这些偏离作准备，必须对情景和结构作出假设，它们或者使个体不至于获得完全信息，或者存在着实际部门的动态性，理性预期的引入也不能消除它们的影响。

——由于外生影响是随机的，所以在对振荡作了基本考虑的模型所产生的时间序列，显示出同实际观测的时间序列惊人的相似性。与线性加速数——乘数模型不同的是，理性预期波动模型要产生持久波动，并不一定与唯一的一种参数域存在的偶然情况相联系。

理性预期经济周期模型主要因其处理外生影响的方式而受到重视。第3.4节所提到的那些反对意见对这些依赖冲击的理性预期经济周期模型也提出了同样的异议。下一章将论述处理不依赖冲击的经济周期模型的可能的方法。



不依赖冲击的经济周期理论

在第3章中，所有模型的共同特征是它们只有在特殊的参数域才能产生周期运动。这会对经济周期理论产生两种结果。因为在大多数模型中（至少在那些线性加速数类型的模型中）持久振荡仅仅发生在一个精确的参数域，所以这些模型应被视为具有一种教学特征，这是因为通常难以发现这些量值存在性的实证依据。① 另一方面，它当然也就可能仅仅把注意力集中于衰减振荡，并对外生冲击的发生做出进一步的假设。撇开关于这些不能提供一个完备的和一致的周期理论的争论不谈，我们应该注意到，除了希克斯的非线性加速数，第3章所有模型的解都是具有相同频率和振幅的正弦波，这肯定与实证现象不符。因此，保持周期存在的外生冲击序列的时间安排方式，要么是使得每一单个振荡能够逐渐消失，要么这些冲击的出现使得振荡重叠以致于不可能去跟踪某一孤立振荡

① 当然，这是相当自然的，因为由于其简单性，这些模型难以充分地反映实际经济。

的时间轨道。尽管从实证的观点上看这也许是有吸引力的，但它在理论上却是不能令人满意的，因为它为外生冲击的随意出现提供了太多的机会。虽然不能否认依赖冲击的周期模型常常可以作为描述实际周期的有用工具，但是从理论上来说，则需要构造出能够产生持久内生周期而不对单一参数值作限制性假设的模型。

尽管研究内生的、不依赖冲击的理论的非线性方法在这类模型中肯定会占有支配性的地位，但是同样也可能构造出具有这一性质的线性模型。我们将介绍这些模型的代表——沃格特的线性增长模型。在早期众所周知的具有分段线性投资函数的戈德温拟非线性模型之后，本书将介绍卡尔多的真正的非线性模型，以及更近期的利用庞加莱—本迪克逊定理的方法。最后，周期的捕食者—被捕食者解释和利用黎纳德-范德波尔方程性质的模型将作为非线性动力学的特殊例子加以介绍。

沃格特的线性增长周期模型

沃格特的模型(Vogt，1969)反映了为获得周期增长而以最简单的方式修改新古典经济学最典型的增长模型的一种尝试。有趣的是，从一种形式化的观点看，它是调和振荡器的一个经济例子，而调和振荡器在经典力学中特别普遍。

假设一个具有完全竞争的新古典结构。消费品价格 p 和名义工资率 ω 均为常数，企业总能实现他们对劳动力的需求，

并且商品市场将总是处于均衡状态。消费品价格被标准化为$p=1$，这样名义的和实际的工资便一致了起来。

令$I_i(\tau)$代表一典型企业i在τ时的资本存量。生产的可能性由生产函数来描述①

$$Y_i(\tau)=a(\tau)I_i(\tau)^{\alpha}L_i(\tau)^{\beta},\ \alpha+\beta<1 \tag{5.1.1}$$

其中Y_i为产出，L_i为劳动力投入，$a(\tau)$为变换参数。令$r(\tau)$为利率，企业把它作为常数。则一项投资$I_i(\tau)$的资本价值CV由下式给定

$$CV=\frac{Y_i(\tau)-\omega L_i(\tau)}{r(\tau)}-I_i(\tau) \tag{5.1.2}$$

假设资本品具有无限的技术耐用性。在工资率和利率既定的竞争中，对此典型企业的资本投入的最优性必要条件显然是

$$\frac{\partial Y_i(\tau)}{\partial I_i(\tau)}=r(\tau) \tag{5.1.3}$$

由于劳动力的边际产出等于实际工资

$$\frac{\partial Y_i(\tau)}{\partial L_i(\tau)}=\omega \tag{5.1.4}$$

则对于每一投资项目而言，其对劳动力的追加需求为

$$L_i^d(\tau)=\left(\frac{\beta a(\tau)}{\omega}\right)^{1/(1-\beta)}I_i(\tau)^{\alpha/(1-\beta)} \tag{5.1.5}$$

求出(5.1.3)式的微分，并把$L_i(\tau)$代入即得投资需求函数

$$I_i^d(\tau)=\left(\alpha^{1-\beta}\left(\frac{\beta}{\omega}\right)^{\beta}a(\tau)\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}r(\tau)^{-\frac{1-\beta}{1-\alpha-\beta}} \tag{5.1.6}$$

① 为了得到意义明确的最优条件，收益被假设为递减的。但是，把经济作为一个整体来看，它是根据，例如，在增长过程中较好的社会基础结构来描述外部经济的特征的。

尽管单个企业在度量其自身的生产可能性时使用收益递减假设，但是把经济作为一个整体来看时，常把收益不变作为其特征。这一假设可以回溯到马歇尔和斯拉法，它意味着从总体上来说，变换参数 $a(\tau)$ 能够用表达式 $a(\tau)=A(I(\tau)/Z)^{1-\alpha-\beta}$ 来取代，它是从具有不变收益的总生产函数中推导出来的，其中 A 是一个常数。$I(\tau)$ 为生产时期 τ 时的实际总投资，Z 为相同企业的个数。① 实际投资的总量愈高，对每一个个体企业来说其生产可能性便愈好。② 替换 (5.1.6) 式中的 $a(\tau)$，并对所有企业进行加总便产生了投资总需求：

$$I^d(\tau)=\left(\alpha^{1-\beta}\left(\frac{\beta}{\omega}\right)^{\beta}A\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}r(\tau)^{-\frac{1-\beta}{1-\alpha-\beta}}I(\tau) \qquad (5.1.7)$$

把(5.1.7)式写为

$$I^d(\tau)=\delta I(\tau)r(\tau)^{-\gamma} \qquad (5.1.8)$$

通过简单的计算便有

$$\frac{(\dot{I^d}/I)}{(I^d/I)}=\frac{\delta(-\gamma)r^{(-\gamma-1)}\dfrac{dr}{dt}}{\delta r(\tau)^{-\gamma}}=-\gamma\frac{\dot{r}}{r}=-\gamma\hat{r} \qquad (5.1.9)$$

另一方面，实际投资 $I(t)$ 是由家庭的消费和储蓄决策所确定的。用 $C(t)=\omega L(t)$ 作为工人家庭的消费，再进行一些替换即得

$$C(t)=\beta Y(t) \qquad (5.1.10)$$

---

① 用 I/Z 和 L^d/Z 代入(5.1.1)式中的 I_i 和 L_i^d，并对所有企业加总便得到 $Y=Z^{1-\alpha-\beta}a(\tau)I(\tau)^{\alpha}L^d(\tau)^{\beta}$。如果总生产函数是收益不变的，即 $Y(\tau)=AI(\tau)^{1-\beta}L^d(\tau)^{\beta}$，则$a(\tau)$就为上面提到的值。

② 投资需求对实际投资的依赖性，将因而仅通过变换参数$a(\tau)$的变化值而为个体企业所注意到。

其中 $Y(t)=\int_{-\infty}^{t}Y(\tau)d\tau$ 为在 t 时期里所有时点的总产出。① 因此

$$I(t)=Y(t)-C(t)=(1-\beta)Y(t) \qquad (5.1.11)$$

假设利率增长率的变化由函数

$$\frac{d\hat{r}}{dt}=\sigma(\ln I^d-\ln I)=\sigma\ln\left(\frac{I^d}{I}\right),\ \sigma>0 \qquad (5.1.12)$$

来描述，即对投资的一个正的(或负的)超额需求将导致利率增长率的一次增加(或减少)。此假说是一种通常的绝对值调整假说的(加速)形式，而它并没有在性质上得到证实。

方程(5.1.9)和(5.1.12) 在 $\hat{r}$ 和 I^d/I 中构成了一个二维微分方程系统。

(5.1.12)式对时间求导并进行代换便产生了二阶微分方程

$$\ddot{\hat{r}}+\sigma Y\hat{r}=0 \qquad (5.1.13)$$

方程(5.1.13)就是所谓的“调和振荡器”②

$$\ddot{X}+\rho^2x=0 \qquad (5.1.14)$$

的一种特殊形式，(5.1.14)式的解为

$$x(t)=b_1\cos(\rho t-b_2),b_1,b_2=\text{常数} \qquad (5.1.15)$$

即它呈现出调和振荡。

因而，(5.1.13)式的解如下：

$$\hat{r}=H_1\cos(t\sqrt{\sigma Y}-H_2),\ H_1,H_2=\text{常数} \qquad (5.1.16)$$

把(5.1.16)式代入，其他变量的解也能够容易地获得。

尽管因此可以说明即使是线性模型也能表现出周期模

① 注意，在此竞争结构中，生产弹性 α 和 β 分别表示利润所占份额和劳动力收入所占份额。

② Hirsch/Smale (1974), p. 15, 105

式，但是微分方程系统(5.1.9)式和(5.1.12)式有一个严重的缺陷。正如将在第6章更全面地进行讨论的那样，实现这一调和振荡器的模型是“结构不稳定的”。结构的微小变化——例如在(5.1.14)式中增加一个数量上不重要的项bx，能使系统解的形式完全不同。虽然参数数值的变化会改变解函数的稳定性性质（例如在第3章的乘数-加速数模型中），但是，在结构不稳定的情况下解函数本身却发生了多少有点剧烈的变化。因此，结构不稳定的经济周期模型不能作为现实世界的正确描述。

戈德温的拟非线性加速数

几乎就在希克斯关于非线性经济周期理论的专题论文发表的同时，戈德温(1951)发表了一篇关于非线性加速数的论文，它是以更形式化的语言写成的，并且覆盖了几种类型的非线性加速数模型。但是，重要的区别在于戈德温模型是第一个拟非线性模型，① 它能够呈现出内部生成的周期，而无需对涉及到的特殊参数值提出任何要求。在希克斯的模型中，必须要假设线性加速数取这样的值，这使系统在没有上限和下限时将会发散。相反，戈德温的模型（特别是最简单的那些），完全无需依赖任何的参数配置，尽管这些参数配置是(以戈德温的话来说)实际周期的原始描述或解释。在这一节中，

① 虽然从数学上来说是多余的，但术语“拟非线性”被用来把下面分段线性的动态方程同后续章节中提到的真正的非线性模型区分开来。

将介绍最简单的戈德温模型。

令K为任一时点上的实际资本存量，令K^d代表计划资本存量。① 假设一个线性消费函数

$$C=a+bY \tag{5.2.1}$$

收入由下式给定

$$Y=C+\dot{K},\quad \dot{K}=\frac{dK}{dt} \tag{5.2.2}$$

假设计划资本存量与相应于产出的实际收入水平成比例：

$$K^d=kK,\ k>0,\ k=\text{常数} \tag{5.2.3}$$

显然，这个比例关系太粗糙了，特别是在经济周期的范围内，所以它应该仅被看成是为了说明在拟非线性理论中周期可能性的一个例子。只要实际和计划资本存量一致，则净投资I^*为零，而总投资I等于折旧量D：

$$I^*=\dot{K}=I-D,\ D=\text{常数} \tag{5.2.4}$$

假设由于某种原因实际资本存量低于计划资本存量。如果对投资完全没有任何限制，则实际资本存量和计划资本存量之间的缺口会立即得到弥补，即$I^*=K^*-K$。否则，实际存量仅会逐渐地接近计划水平。戈德温假定正的总投资受到提供投资品的工业生产能力的限制。令在每一时点上此工业的(恒定)生产能力为$\bar{I}$。而且，在投资品工业中仅可能出现两种情况，即生产出这一数量$\bar{I}$或一点也不生产。这意味着正的总投资总是等于$\bar{I}$。

如果计划资本存量小于实际存量，即如果净投资应该为

① 由于此分析是在连续时间状态中进行的，所以在下面的介绍中所有时间符号都被省略掉了。

负，则总投资为零，则资本存量仅能减少一个折旧量，折旧量被假设为是恒定的。

综上所述，净投资 $I^n=\dot{K}$ 由下面分段定义的函数给定

$$I^n=\begin{cases}\bar{I}-D & \text{如}K<K^d\\ 0 & \text{如}K=K^d\\ -D & \text{如}K>K^d\end{cases}\tag{5.2.5}$$

把(5.2.1)—(5.2.5)式组合在一起，作为收入的比例函数的计划资本存量便可以给定为

$$K^d=\begin{cases}\dfrac{ka}{1-b}+\dfrac{k}{1-b}(\bar{I}-D) & \text{如}K<K^d\\ \dfrac{ka}{1-b} & \text{如}K=K^d\\ \dfrac{ka}{1-b}+\dfrac{k}{1-b}(-D) & \text{如}K>K^d\end{cases}\tag{5.2.6}$$

和希克斯的上限–下限模型一样，正是这一分段定义的投资函数使得此模型成为拟非线性的，这同在函数定义域的每一任意短的区间都为非线性的投资函数恰恰相反。

注意，在这一简单模型中，投资品工业的生产能力以及折旧都是恒定的。这意味着投资品工业的内部交易周期是由梆一梆运动来描述的。同样要注意的是，与通常的比例折旧 $D=\delta K$($\delta>0$，且$\delta=$常数)相反，有效的恒定折旧是一种递减折旧。

这个简单模型确实能够反映'周期'运动，这最好用图来说明。假设最初实际的和计划的资本存量是一致的，位于5.1图中的 E 点。只要不出现扰动，则此系统将停留在此均衡位置上。现在假设一个小的扰动$\Delta K>0$，使得实际资本存量和计划资本存量相背离。在 $K>K^d$ 时，它将努力去弥补此缺

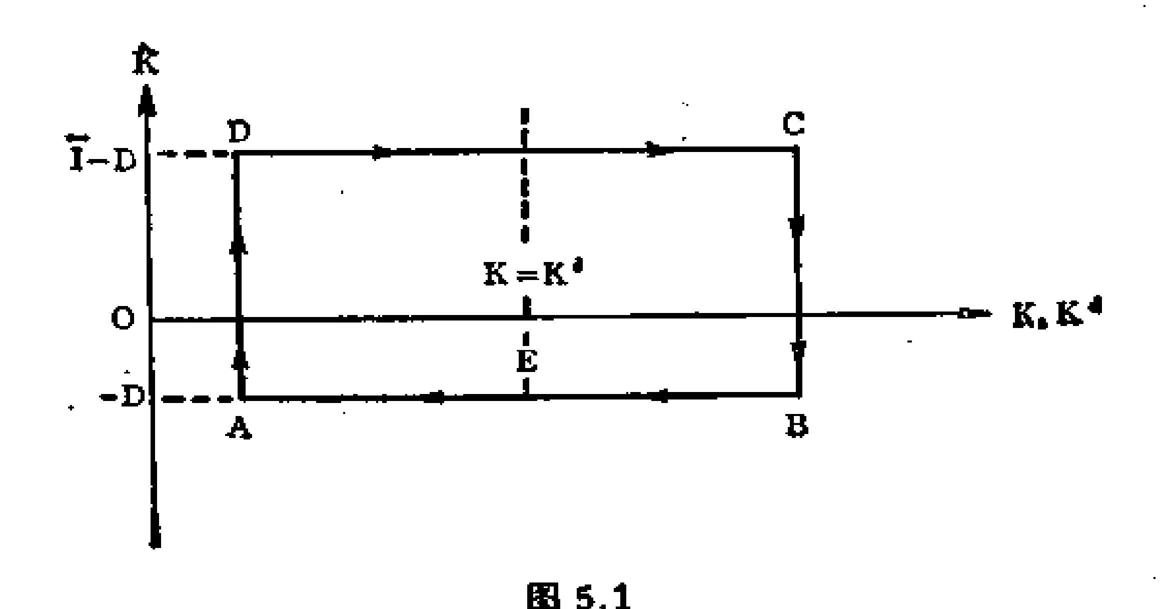


图 5.1

口，并且必须引入负的净投资。但是，负的净投资与恒定的折旧量是一致的，$I^n=-D$，这意味着计划资本存量非连续地切换到

$$K^d=\frac{ka}{1-b}+\frac{k}{1-b}(-D)<\frac{ka}{1-b} \qquad (5.2.7)$$

这是根据(5.2.3)式推出的。因此，只要实际资本存量仍然大于计划资本存量(由图 5.1 中的 A点表示)，则净投资就为负。一旦到达了A 点使得 $K=K^d$，则计划资本存量首先切换到较高的均衡水平$(ka)/(1-b)$，并且由于在A 点的实际存量小于这一新的计划存量，则计划存量进一步切换到

$$K^d=\frac{ka}{1-b}+\frac{k}{1-b}(\bar{I}-D) \qquad (5.2.8)$$

因此，净投资非连续地从图 5.1 中的A 点变化到D 点。只要资本存量低于由C 点所表示的存量水平，则净投资将恒定地保持在$(\bar{I}-D)$水平上。在到达C 点后，在计划资本存量中将发生同从A 点到D 点一样的两步切换。在C 点，$K=K^d$，它

使得计划存量切换到 $K^d=(ka)/(1-b)$，结果又使得 $K>K^d$。因此，$K^d=(ka)/(1-b)-k/(1-b)(-D)$，并且沿着 $\overline{AB}$ 线净投资将为负值。

图 5.2 把实际资本存量的运动表示在一张以时间为横轴的图中。

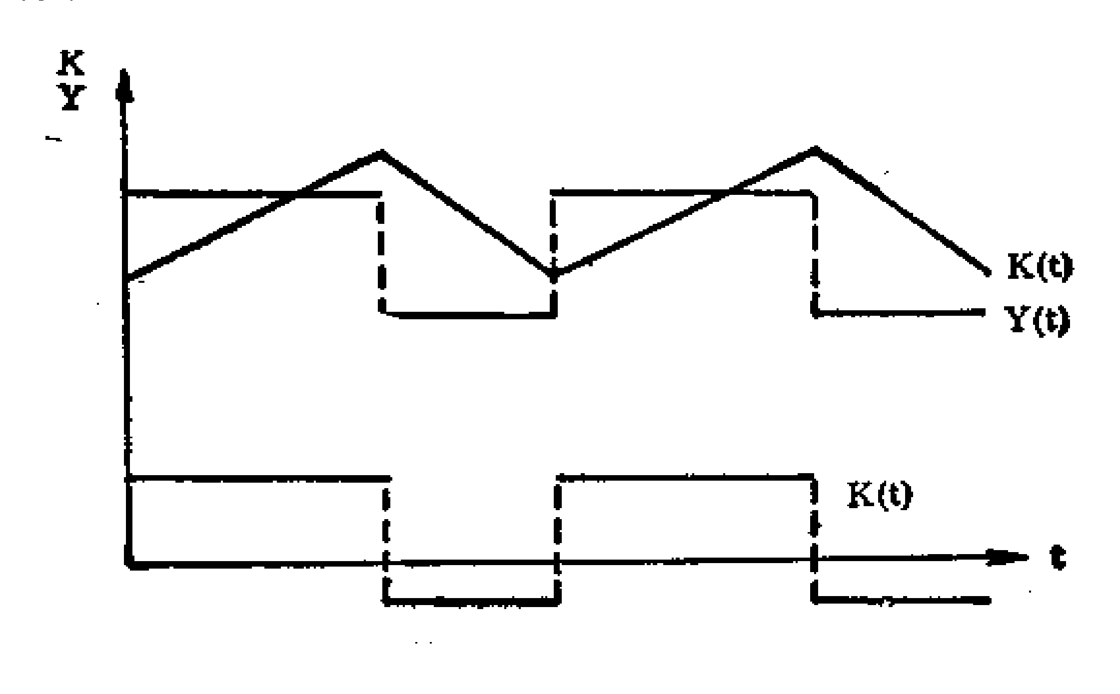


图 5.2

由此可见，经济繁荣和经济衰退的持续时间并不像在具有正弦振荡结果的线性模型中那样必须是等长度的，而是能够利用假设不同的 D 和 $\bar{I}$ 的量值任意地进行设计。

这个模型肯定不是对实际经济周期的一个完全令人满意的描述。然而，它利用一个非常简单的拟非线性投资函数，表明了自洽的并且不依赖按某种方式详细指定和限制的参数值的内生"周期"的可能性。进而，它为更复杂的扩展提供了一个起始点，这些扩展能够避免令人讨厌的不连续性。

非线性周期理论

卡尔多非线性投资和储蓄函数

卡尔多在1940年提出的经济周期模型是在动态经济学中研究非线性作用的最初尝试之一。在卡莱茨基关于商业周期的研究和凯恩斯的收入理论的启发下，他调查研究了储蓄和投资函数之间的相互作用，并且检验了为呈现周期运动而对模型特性的基本要求。由于其显著的纯朴、雅致的风格，直至今日，卡尔多模型在许多商业周期理论中仍受到重视。

假设在每一时点上投资是实际收入①②的一个函数

$$I=I(Y),\ \frac{dI}{dY}>0 \tag{5.3.1.1}$$

注意，这个函数并不表示第3章所说的加速原理。投资取决于收入的绝对水平，而不是取决于实际收入在过去的变化或变化率。进而，假设一个凯恩斯消费函数，

$$S=S(Y),\ \frac{dS}{dY}>0 \tag{5.3.1.2}$$

为了揭示在此简单结构中非线性的必要性——如果它应该作为经济周期理论的基础的话，首先考虑线性储蓄和投资函数

---

① 卡尔多本人假设了一种对"经济活动"的依赖性，这种活动以某种方式同实际收入相关。由于他在附录中提及"实际收入"，所以在本节的全部内容中，我们用"实际收入"来取代"活动"。

② 在本节的全部内容中将忽略时间符号。

的情况。

图5.3和图5.4分别表示两种可能的情况，$dI/dY \gtrless dS/dY$。若对非均衡态的调整过程采用通常的假设，也就是说收入对超额需求的反应是正向的，即$\dot{Y}=\alpha(I(Y)-S(Y))$，$\alpha>0$，则下面的结论可以分为两种情况：

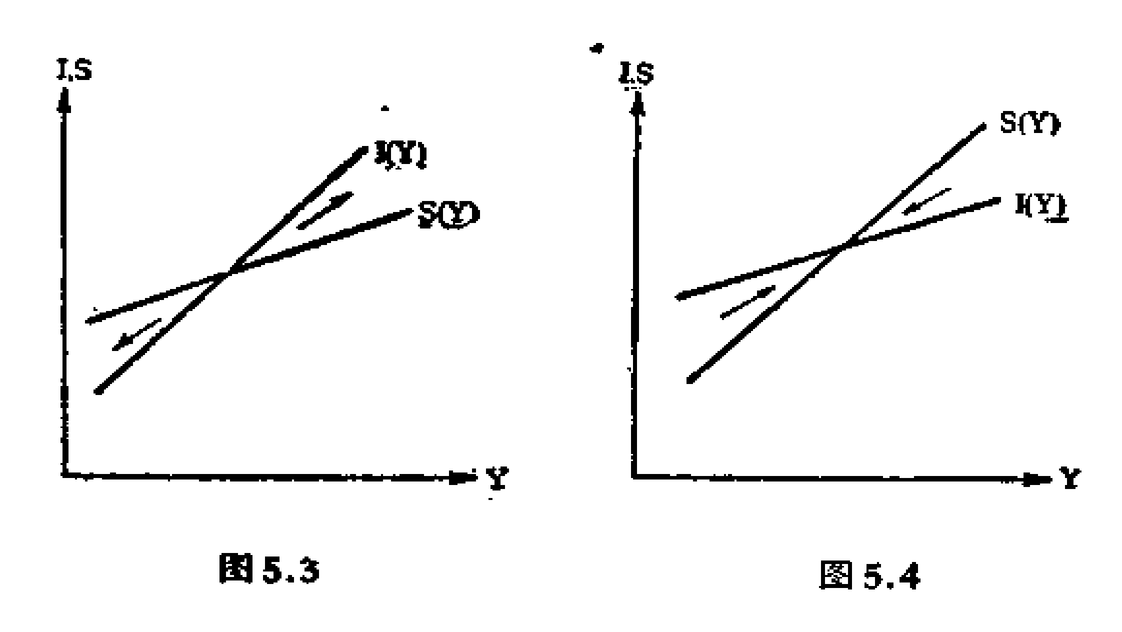


图5.3　　图5.4

(1) $dI/dY>dS/dY$：一旦其均衡受到干扰，则系统将永远离开均衡状态。此系统是全局不稳定的。

(2) $dI/dY<dS/dY$：系统是全局渐近稳定的。

如果我们把注意力集中在经济周期上，那么这两种情况显然是不相关的。在此内容中表述这一现象的含义在于必须排除线性性并研究其他形式的储蓄函数和投资函数。

卡尔多假设了一个S形投资函数，如图5.5所示。虽然在实际收入的中间范围内的一些地方，投资倾向dI/dY处于一个"正常"的水平，但是对于较低和较高的收入水平，dI/dY将会比正常水平相对小一些。此函数的倾斜程度随收入水平

的递减而递减的原因，可以解释为在较低经济活动水平时期的获利机会比“正常”中等水平时期要少。当收入相对比较高时，规模经济性的降低以及金融成本的升高同样将使得把实际收入用于投资的倾向降低。

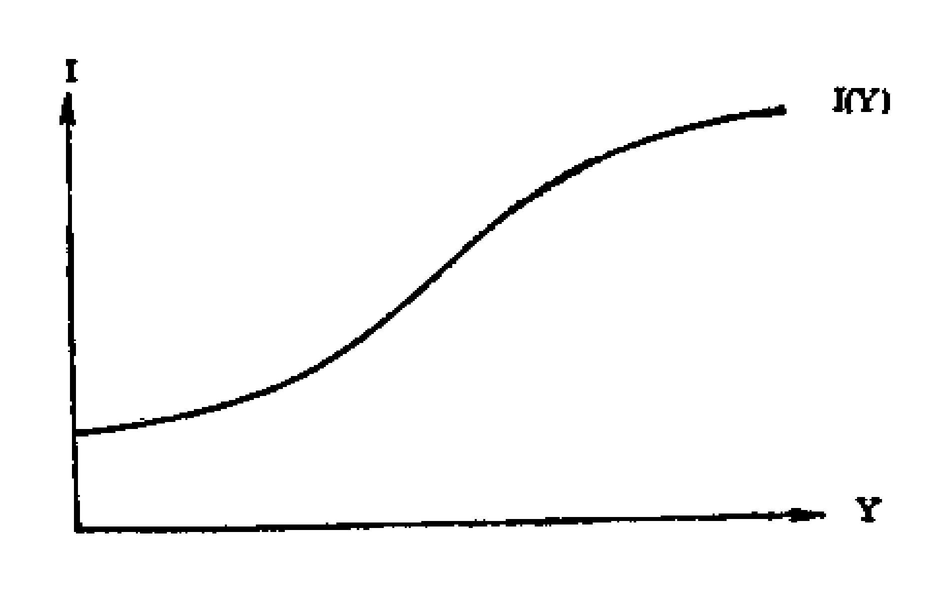


图 5.5

卡尔多所假设的储蓄函数看起来就像是镜像S形曲线(见图5.6)。对这种异常形式的解释不像对投资函数的解释

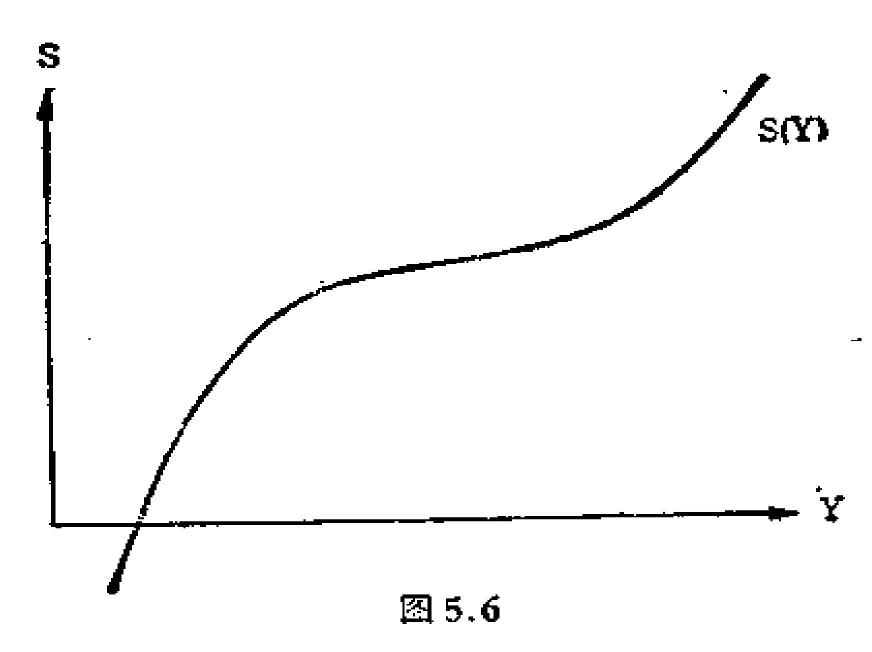


图 5.6

那样令人信服。再假设储蓄倾向 dS/dY 有一正常水平。如果相对于这一正常水平来说收入较高，则边际储蓄率也将升高。这同宏观收入理论中众所周知的两部分模型是一致的。如果收入下降到低于其正常水平，将会达到绝对储蓄额大幅度下跌的某一点。这种下跌——它当然可能导致负储蓄——意味着此处的边际储蓄率高于正常水平的边际储蓄率。

可能还有其他理由可以证实或否定上述储蓄函数和投资函数的形状。但是，在这方面令人感兴趣的是这样的事实，即这些非线性形式确实能够产生振荡运动。把两个函数放在一张图中，就不难看出能够出现一个、二个或三个均衡状态。再假设在商品市场不均衡时，收入是根据超额需求进行调整的，那么很显然，图5.7中的A点或C点均是局部渐近稳定的，而B点是一个不稳定的均衡。因此，初始收入低于B的每一个过程最终将向A点的均衡靠近，如果其调整过程能够

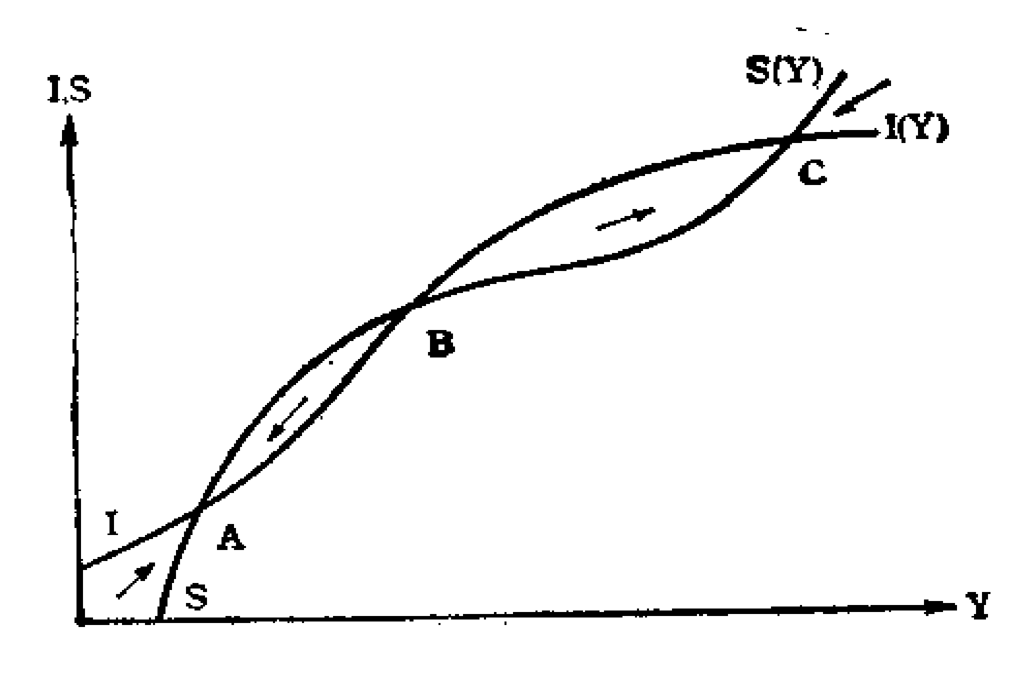


图 5.7

被描述为一个连续时间过程或一个具有充分小调整系数的离散时间过程。同样，每一个初始实际收入高于B点的过程将向C点的均衡靠近。

使此模型呈现周期行为的基本动态特征是由关于投资函数和储蓄函数较长期的移动的假设引入的。在这些函数的两维表示中，诸如消费函数中的偏好(以及储蓄函数中的偏好)、投资函数中的技术进步等因素都可以被视为参数。由于投资决策对资本存量有直接影响，因而投资水平的改变肯定会对投资函数的位置产生一个参数性的影响，如果这一函数确实对资本存量有某种依赖关系的话。

卡尔多假设在资本存量和投资之间存在着一种相反的关系：如果净投资高，则资本存量增加。资本存量的增加会降低资本的边际效益，这意味着对每一收入水平而言投资降低了。因此，资本存量水平高时，投资曲线将下移。反之则反是。

投资曲线的这一移动过程同样也能用下述论证来解释。假设经济已被调整到A点的低收入均衡状态。A点的低投资水平最终将产生负的净投资$I^n=I(Y)-\delta K<0$，并且资本存量会因而随时间而减少。如果系统停留在A点，则资本存量最终将接近零。如果不直接考虑生产可能性，而假设经济具有有限的要素替代特征。那么在资本存量下降的情况下，产出同样也会下降。为了支撑图5.7中低资本存量条件下的每一收入水平，对每一收入水平来说投资必须更高。①

① 注意，这一论点意味着，由于资本存量仅能逐渐地变化，总曲线是漂移的，这说明另一收入水平(因而投资水平)并不能导致资本存量的立即出现跃变。

虽然资本存量水平较低时投资函数会上移，但是由于所谓的逆实际财富效应，储蓄函数将向下移动，这个效应尚未得到令人满意的解释。另一方面，如果经济被稳定在实际收入较高的均衡状态C点，则资本存量会随着时间的推移而持续增加，并且由于生产能力的增长而使得投资函数下移。相反，储蓄函数却由于同样的财富效应而上移。

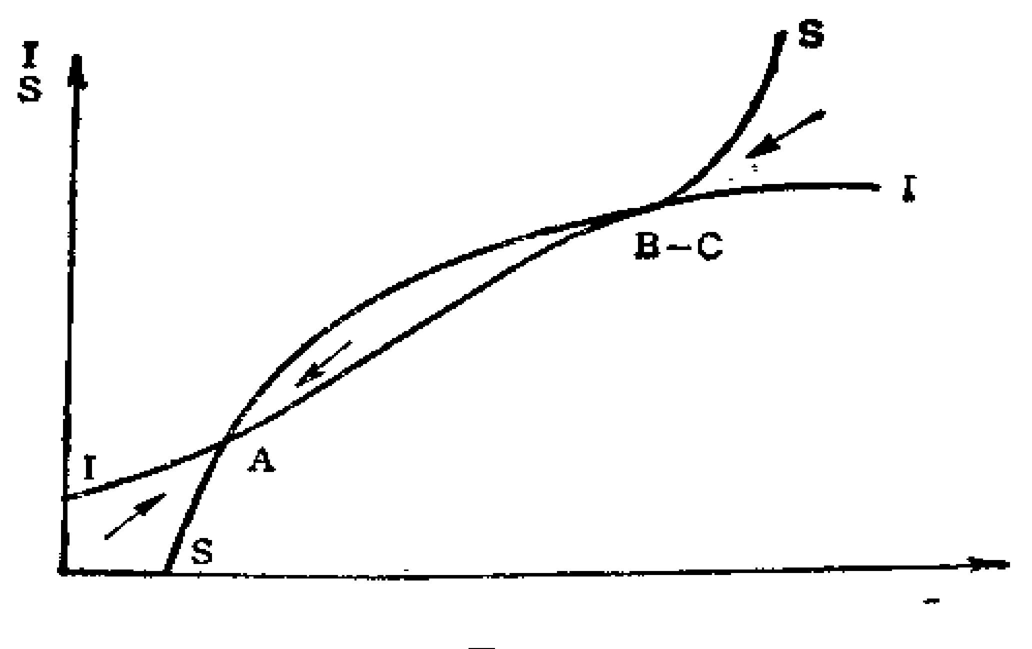


图 5.8

卡尔多认为，这些投资和储蓄函数的长期移动确实足以产生实际收入和资本的周期运动。假设从靠近图 5.7 中B点右侧的任一初始收入水平开始。收入调整过程将导致经济或快或慢地到达均衡点C。但是，C点的特征是高投资和递增的资本存量。因而，投资函数开始向下移动，而储蓄函数则向上移动。不难想象，B点和C点逐渐地相互接近，直到两条曲线相切(参见图5.8)。尽管在B–C的调整过程中，C点的均衡状态是稳定的，但是，一旦两条曲线在点B–C相切，

在商品市场中便产生了过剩供给，这是因为在切点两侧$S>I$。因此，实际收入的调整过程将使收入离开$(B-C)$并趋向于A点的均衡状态。当接近A点时或到达A点后，两条曲线又将反方向移动，最后便产生了图5.9中的图像，在此图中两条曲线在低收入水平处相切，A点和B点相重合。注意，在这个移动过程中，实际收入是根据在点A的相交所确定的。切点$(A-B)$构成了较低的转折点。投资函数又向上移动，这是因为在$(A-B)$处资本存量逐渐减少，而储蓄函数向下移动。这样，就形成了实际收入和资本存量的一个完整周期。

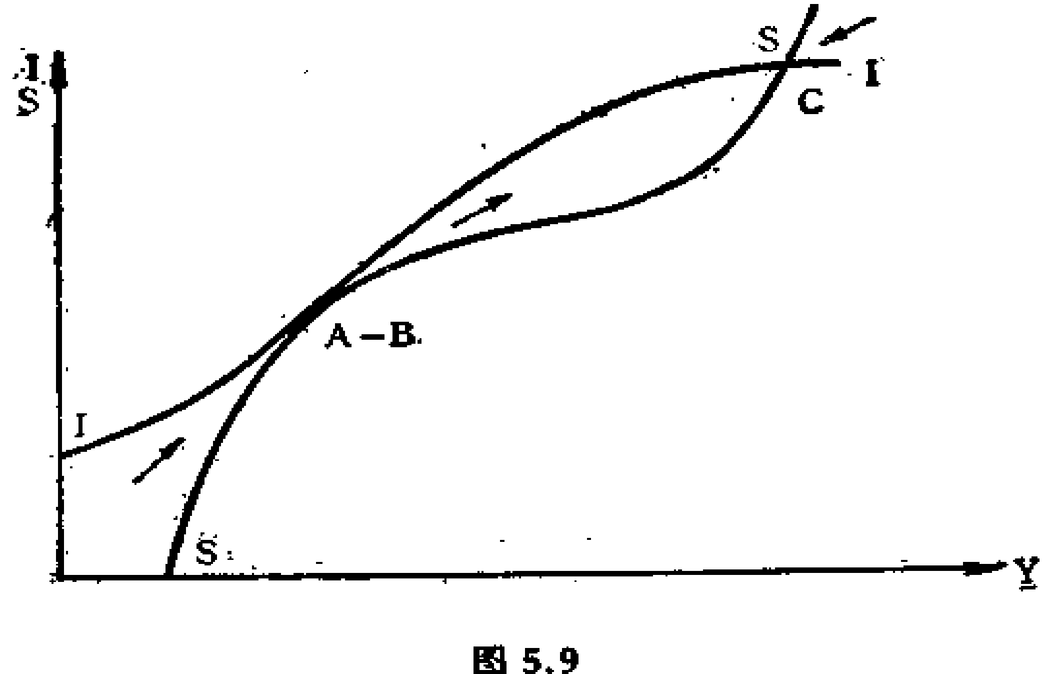


图 5.9

周期的实际图像取决于商品市场中的调整速度和折旧率。图5.10表示了在收入调整方程①中具有不同α的两种可

① 图5.10表达了周期的闭合轨迹。实际上，到目前为止，在卡尔多的模型中还没对这些轨迹做任何说明。但是，像在5.3.2.1节中将要做的清楚说明一样，这些轨迹在卡尔多模型的某些变型中确实存在。

能的周期。

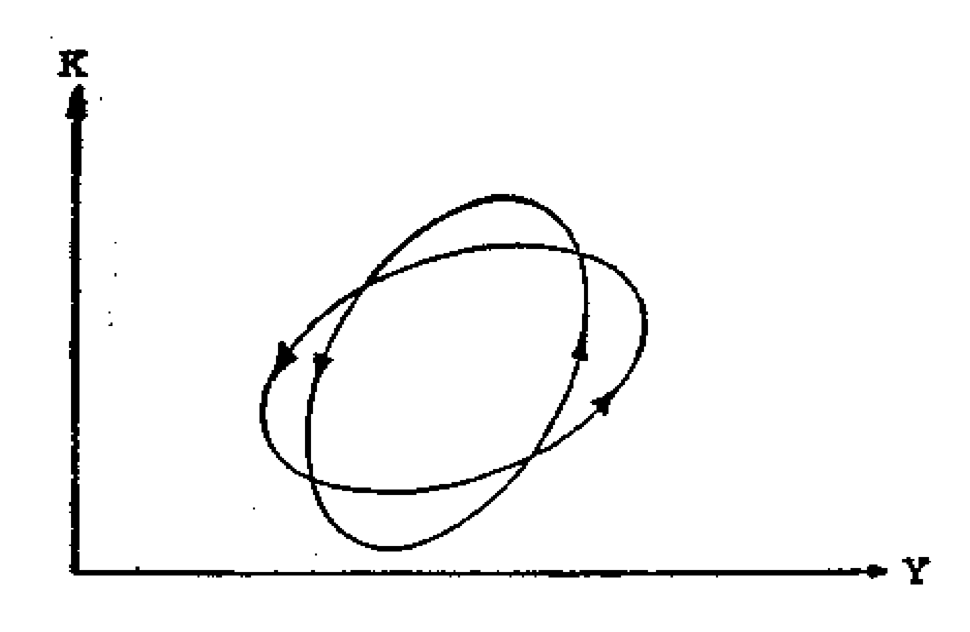


图 5.10

值得注意的是，在对系统没有任何初始冲击的情况下，这个简单模型能够产生持久的周期。仅有的例外是一种十分偶然的情况，即开始时系统刚好在不稳定的均衡点 B 上运行，而其他的每一初始点都会产生持久的周期。

卡尔多提出的产生周期的必要假设可以表述如下：

(1) $I(Y,K)>0 \quad \forall Y\geqslant 0$

$$\frac{\partial I}{\partial Y}\geqslant 0 \ \forall Y\geqslant 0,\ \exists Y_1 \text{ 使 } \frac{\partial^2 I}{\partial Y^2}>0 \forall 0<Y<Y_1$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial Y^2}\leqslant 0 \forall Y_1\leqslant Y$$

(2) $S(Y,K)\geqslant 0 \quad \forall Y\geqslant Y>0$

$$\frac{\partial S}{\partial Y}>0 \forall Y\geqslant 0,\ \exists Y_2 \text{ 使 } \frac{\partial^2 S}{\partial Y^2}<0 \forall 0<Y<Y_2$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial Y^2}\geqslant 0 \forall Y_2\leqslant Y$$

(3) $\frac{\partial I}{\partial K}<0, \frac{\partial S}{\partial K}>0$

(4) $\exists Y_E$使$S(Y_E,K)=I(Y_E,K)$ 且$I^n=I(Y_E,K)-\delta K=0$,

$$\frac{\partial I}{\partial Y}\bigg|_{Y_E}>\frac{\partial S}{\partial Y}\bigg|_{Y_E}$$

正如在以后的章节中将要说明的那样，这些假设以及对它们的一些修正和扩展，十分符合于某些高等数学工具的要求。由于它是最简单的二维周期模型之一，所以此模型对于周期理论可能很有吸引力。甚至有可能在不抛弃内生周期产生力的情况下忽略掉储蓄函数或投资函数中的非线性性。

但是，对卡尔多模型也并非没有争议。的确，他所假设的非线性看来是相当特殊的，并且由卡尔多提出的解释似乎也不能真正令人信服。① 然而，就模型的简单性而言，应该说卡尔多模型论证了非线性性对经济模型动态行为的影响。

从根本上说，是假设(4)使得此模型被称之为第一个内生经济周期模型。尽管这个卡尔多模型(特别是其投资函数)十分类似于卡莱茨基的模型(特别是1939年建立的模型)，但其关于不稳定的静态平衡状态的假设导致了完全不同于卡莱茨基模型的动态行为。请回忆一下3.3节，卡莱茨基明确地假设了$\frac{\partial S}{\partial Y}\big|_{Y_E}>\frac{\partial I}{\partial Y}\big|_{Y_E}$，$Y_E$ 为静态平衡状态。因此，仅仅是曲线的一个交点是稳定的，所以，在卡莱茨基模型中仅靠投资滞后才能产生持久的周期。

---

① 关于卡多尔模型的一般讨论见Skott(1985)。关于商品市场调整过程的一个评论同样可见Flaschel (1985)。

庞加莱—本迪克逊定理和极限环的存在性

在本章的前几节中，非线性模型的周期行为或者可以通过显式解来叙述，或者可以通过文字论证来表达。然而，动态系统的显式解只有在所考虑的微分方程的特殊形式下才能得到，或者说只能碰巧得到。

幸好，对于动态系统的振荡运动的存在性有不依赖于显式解的数学标准。尽管所谓的"庞加莱—本迪克逊定理"及其相关定理在力学和电动力学中已经应用了相当长的时间，但直到最近它们才引起研究经济周期理论的专家们的注意。

为了在下面几节中避免重复，现在有必要从应用的角度对必要的定义和最令人感兴趣的定理作一个简短的概述。①

考虑两维常微分方程系统

$$\dot{x}_1 = f(x_1, x_2)$$
$$\dot{x}_2 = g(x_1, x_2) \qquad (5.3.2.1)$$

或定义在一个开集WCR^2上的向量形式$\dot{x}=\Phi(x)$，$(x=(x_1, x_2))$。记Φ_t为系统(5.3.2.1)的流。微分方程系统(5.3.2.1)通常也被称为一个向量场。点$l\epsilon W$称为$x\epsilon W$的一个极限点，如果存在一个序列$t\rightarrow\infty$使得$\lim_{t\to\infty}\Phi_t(x)=l$。$x\epsilon W$的所有极限点的集合被定义为极限集$L(x)$。② 即使在平面上，极限集的许多例子也是可以构造出来的。

---

① 有兴趣的读者可以参阅Hirsch/Smale (1974)第11章中关于庞加莱—本迪克逊定理的严格表述。其他教科书的有关章节见Boyce/Diprima (1977)第9章和 Coddington/Levinson(1955)第16章。一个概括性的综述见Varian(1981)。

② 上述定义没有时间方向逆转所可能引起的复杂性。

极限集既不一定是相连的，也不一定必须是由多于一个的点组成的。设 $x^* = (x_1^*, x_2^*)$ 是(5.3.2.1)唯一的平衡点。举例来说，如果 x^* 是渐近稳定的，那么 x^* 是由单个点组成的极限集 $L(x)$。

通常引起研究经济周期理论的专家们关注的极限集的一个例子是其图形为封闭轨道的集合。说一个点 x 处于一个封闭轨道中，是指存在 $t \neq 0$ 使得 $\Phi_t(x) = x$。因此，一个封闭轨道至少是轨道上每个点的极限集。

由此可见，下述定理对两维微分方程系统而言是非常有用的①：

定理5.1 （庞加莱—本迪克逊）

在 R^2 中，连续可微动力系统的一个不包含平衡点的非空紧的极限集是一条封闭轨道。

极限环就是一个图形为封闭轨道的极限集。设 γ 表示一个极限环（参阅图5.11）。从极限集的性质可直接得到：

——$\Phi_t(x)$ 是极限环，即 $x \in \gamma$。

或者

——对于 $x \notin \gamma$，任意流 $\Phi_t(x)$ 趋向于极限环：

$\lim_{t \to \infty} d(\Phi_t(x), \gamma) = 0$，其中 d 是 $\Phi_t(x)$ 的轨迹和极限环的距离。

庞加莱—本迪克逊定理的一个推论就是下面的定理②：

① Hirsch/Smale(1974)，p.248。

② Boyce/DiPrima(1977),p. 445. and Hirsch/Smale (1974), p.252.

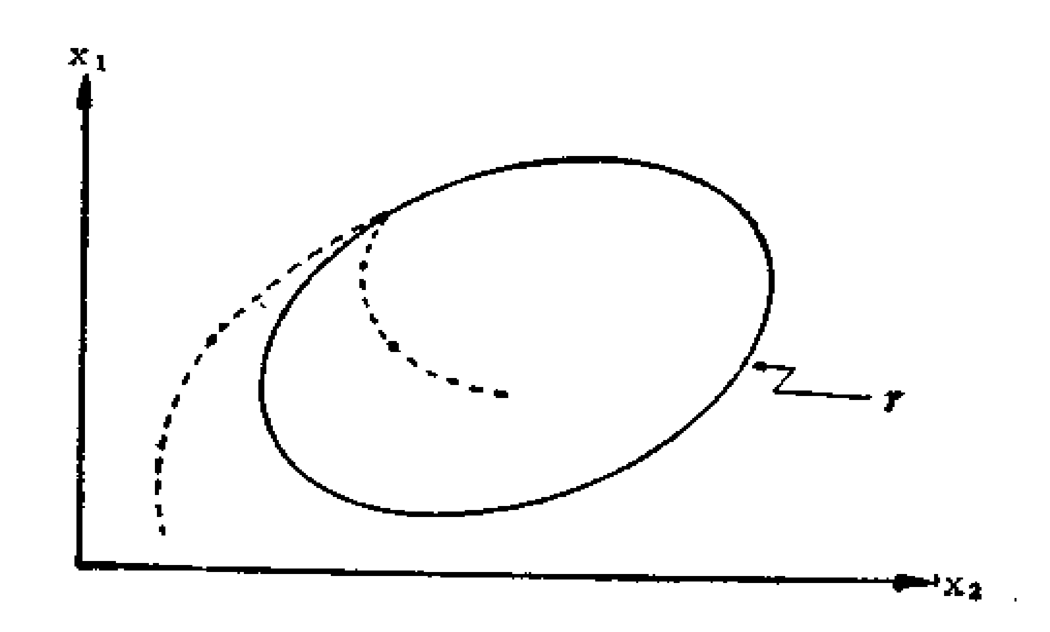


图 5.11 一个极限环

定理5.2

R^2 中一个连续可微动力系统的封闭轨迹必然包围满足 $\dot{x}_1=\dot{x}_2=0$的一个平衡点。

上述定理的论述可以归纳如下：如果可以找到一个子集 $D \subset W$，使得对于 $x \in D$，极限集 $L(x)$是非空紧集，且不包含平衡点，那么此极限集是围绕该平衡点的一条封闭轨道①。

定理5.3

如果一条轨迹含于一个闭子集$D \subset W$中，那么$L(x)$是非空的连通闭集。

因此，在庞加莱—本迪克逊定理的应用中，必须

① Coddington/Levinson (1955), p. 390.

——寻找W的一个闭子集D。如果极限环和D的边界不重合，那么使向量场f和g指向D的内部是必须的。

——在属于$L(x)$的点中除去平衡点。

下面的定理对于排除系统(5.3.2.1)的极限环存在的可能性通常是非常有用的。设S是W中一个单连通域。④

定理5.4(本迪克逊)

假设(5.3.2.1)中函数f和g在S中有连续的一阶导数。如果$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}+\frac{\partial g}{\partial x_2}\right)$在整个$S$中符号不变，那么(5.3.2.1)不存在整个处于$S$中的周期解。

定理5.1—5.4并不排除多于一个极限环存在的可能性。如果比一个单一的极限环更多的极限环存在，那么可以直接推导出，若静态平衡点是不稳定的，且在子集D的边界上向量场指向子集$D(CW)$的内部，则最外边和最里边的极限环是稳定的。进一步说，稳定极限环和不稳定极限环一定是交错存在的：②

定理5.5(德·巴吉斯)

如果动力系统(5.3.2.1)是结构稳定的，那么它在D中只有数量有限的极限环，这些极限环在渐近的意

---

④ Boyce DiPrima (1977), p. 446. "单连通"可以从字面上理解为：它是由一个部分组成的集合[参阅Debreu (1959), p.15]。

② DeBaggis (1952) pp. 43, 53. 简单地说，结构稳定的系统是能够在小扰动之下保持解曲线形式的系统，更详尽的内容见第6章。

义上是交错地稳定和不稳定的。

如果存在x^*的一个邻域U，使得在U的边界上(5.3.2.1)的向量场指向D的内部，那么关于平衡点$\dot{x}_1=\dot{x}_2=0$是局部不稳定的假设就不是必要的。在这种情形下、平衡点可能是局部渐近稳定的，而U的边界就如同最里边的极限环。

显然，庞加莱—本迪克逊定理及其相关的定理最大的缺点是这些定理局限于两维情形。在更高维空间中类似的定理并不存在。尽管这个限制通常阻碍了该理论在高维总量模型经济中的应用，但另一方面，它给理论家提供了一个强有力的工具，以处理有时不能仅通过相图来描述的复杂的两维动力系统。

卡尔多模型的常/史密斯变形

应用庞加莱—本迪克逊定理在某种程度上揭示出纯粹图形分析的失误——一个最有趣的例子是由常和史密斯[Chang/Smyth(1971)]的一篇文章给出的，这篇文章重构了卡尔多在1940年建立的经济周期模型。它不仅表明卡尔多模型能够从原理上呈现出极限环，而且表明在第5.3.1节中所描述的卡尔多的假设并不足以导向完全周期行为。

回顾第5.3.1节的模型，并且采用净价值概念，则动力系统由

$$\dot{Y}=\alpha(I(Y,K)-S(Y,K))$$
$$\dot{K}=I(Y,K) \qquad (5.3.2.1.1)$$

给出，其中$I(Y,K)$为净投资。

和卡尔多相反，常和史密斯假设$\partial S/\partial K<0$。① 然而，这

① 如果资本存量被看为家庭所拥有的财富，那么负的斜率就表达了著名的财富效应，参见Patinkin (1965)。

并不是这篇文章的关键所在，因为它还进一步假设$|I_K|>|S_K|$。如果一个极限环存在，为了应用庞加莱–本迪克逊定理，必须确定平衡点$\dot{Y}=\dot{K}=0$不属于极限集。简单的计算表明，对在平衡点附近的线性近似式，其特征根的乘积是$\alpha(S_KI_Y-S_YI_K)$，为了排除鞍点的可能性，这个乘积必须是正的。根据卡尔多关于S_K的假设，该乘积肯定是正的。然而，应该注意的是，如果常和史密斯的假设成立，上述表达式可以是负的。进而，特征根的和为$\alpha(I_Y-S_Y)+I_K$。由于$I_K<0$，因而不能明确地肯定该式为正或负。但一个不稳定的平衡点要求$\alpha(I_Y-S_Y)+I_K$必须是正的。因此卡尔多所提出的仅有不同的斜率S_Y和I_Y就足以确定一个不稳定的平衡点的论点是错误的。① 常和史密斯指出，有关斜率的讨论足以保证定常状态的唯一性。

由于系统(5.3.2.1.1)是两维的，它的相空间可以在平面上绘出。首先考虑能使资本存量不变的点(Y,K)的集合

$$\dot{K}=0=I(Y,K) \tag{5.3.2.1.2}$$

通过全微分即得

$$\frac{dK}{dY}\Big|_{\dot{K}=0}=-\frac{I_Y}{I_K}>0 \tag{5.3.2.1.3}$$

所以，点集$\{(Y,K)|\dot{K}=0\}$的轨迹是一条向上倾斜的曲线。很明显，对曲线$\dot{K}=0$上面的所有K，由于$I_K<0$，所以投资

---

① 卡尔多对I_Y和S_Y的限制条件可能来源于在(Y-I)图中的模型表示形式，因此，资本存量对系统稳定性的影响被作者忽略了。然而，参阅Kaldor(1971)，在那里他描述了常/史密斯的条件在所有凯恩斯宏观模型中都是一个自然的假设。

减少，因此$\dot{K}<0$。同样，对曲线$\dot{K}=0$下面的所有K，$\dot{K}>0$。

其次，使$\dot{Y}=0$的点(Y,K)的集合由

$$\dot{Y}=0=I(Y,K)-S(Y,K) \qquad (5.3.2.1.4)$$

给出，由此可得

$$\frac{dK}{dY}\Big|\dot{Y}=0=\frac{S_Y-I_Y}{I_K-S_K}. \qquad (5.3.2.1.5)$$

如$(I_K-S_K)<0$，(5.3.2.1.5)的符号取决于S_Y和I_Y量值的大小，根据假设它们都是正的。根据卡尔多的假设，对于低水平和高水平的收入，S_Y-I_Y均是正的，而对于在静态平衡点附近的中等收入水平，该式是负的。因此，曲线$\dot{Y}=0$的斜率对于低和高的Y值是负的，而对于中等的Y值其斜率是正的。进一步说，由上述稳定性分析可知，对于不稳定静态平衡点的情形，由于$a(I_Y-S_Y)+I_K>0$，所以在平衡点处斜率肯定是正的。为了考查满足$(Y,K)\notin\{(Y,K)|\dot{Y}=0\}$的$Y$的变化方向，根据$(S_Y-I_Y)>0$、$<0$和$>0$把相平面相应地分为$A$、$B$和$C$三个区域(参见图5.12)。在$A$和$C$中，由于$(S_Y-I_Y)>0$，对于曲线$\dot{Y}=0$右边(左边)的$Y$，收入是减少(增加)的。对于$B$中的点$(Y,K)$，在曲线$\dot{Y}=0$的右边(左边)$Y$是增加(减少)的。

将上述分析综合，可以得到图5.12中的相图。图中的曲线$\dot{K}=0$和纵坐标相交于$K_0>0$，曲线$\dot{Y}=0$和横坐标相交于$Y_1>Y^*$。当$K\to\infty$时曲线$\dot{Y}=0$趋向K轴。

常和史密斯建立了下面的定理：

定理5.6(常和史密斯)

如果定义在非负直角坐标空间R^2上的系统(5.3.2.

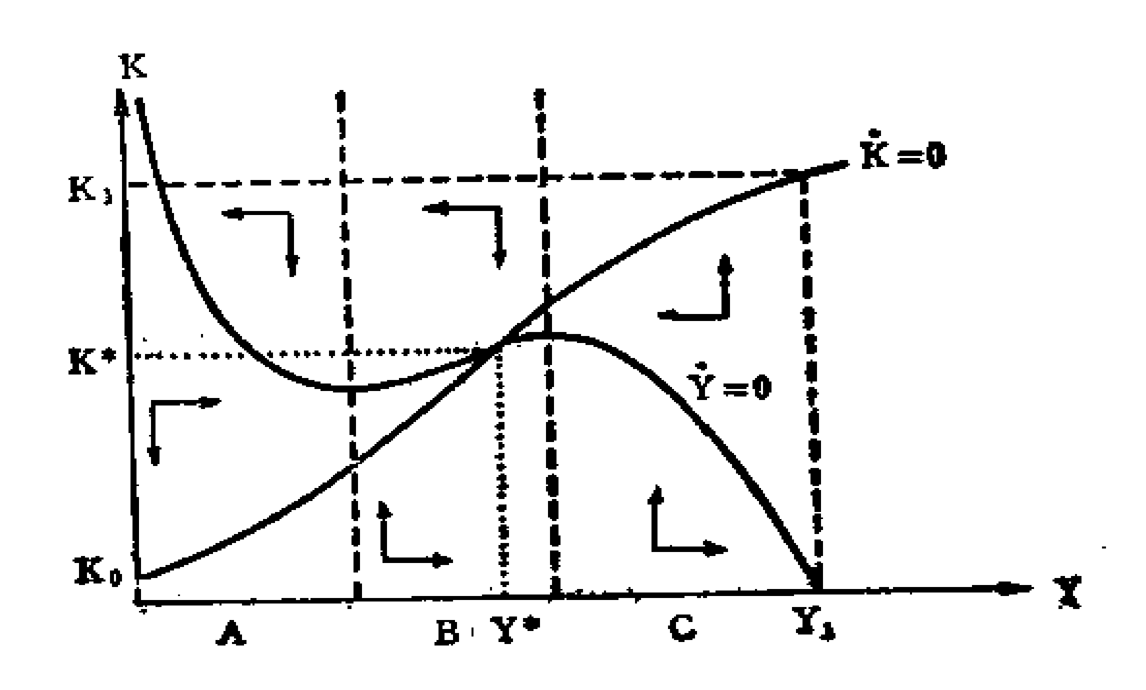


图 5.12

1.1)有如下性质：

(1) $I_K < S_K < 0, I_Y, S_Y > 0$

(2) 在平衡点 Y^*：$a(I_Y - S_Y) + I_K > 0$ 且 $I_K S_Y < I_Y S_K$

(3) $\dot{K}=0$ 和 K 轴相交于一个有限的 $K_0 > 0$

(4) $\dot{Y}=0$和 Y 轴相交于一个有限的 $Y_1 > Y^*$，且

$$\lim_{Y\to 0} K = \infty$$

(5) 系统是结构稳定的。

则起始于 R^2 的每条轨迹要么是一个极限环，要么趋向一个极限环。

该定理的证明是庞加莱—本迪克逊定理的直接应用。借助于曲线 $\dot{K}=0$和$\dot{Y}=0$ 与坐标轴相交的性质，可以构造一个子集 $D\subset R^2$：设 K_1是使 $\dot{K}=0=I(Y_1,K_1)$的资本存量，那么D

可表述为：

$$D=\{(Y,K)\,|\,0\leqslant Y\leqslant Y_1,\ 0\leqslant K\leqslant K_1\} \qquad (5.3.2.1.6)$$

此子集 DCR^2 是紧的，并且从图5.12可以看出，在 D 的边界上(5.3.2.1.6)的向量场指向集合内部。因此，如果平衡点是局部不稳定的，则庞加莱-本迪克逊定理的条件就得以满足。现已证实常和史密斯式的卡尔多模型具有极限环。

顺便提一下，卡尔多的假设对确保极限环的存在既不是必要的，也不是充分的。α、(I_Y-S_Y) 和 I_K 的组合有可能违背不稳定性的要求。而且，即使平衡点是局部稳定的，对整个系统来说极限环也可能存在。但是，这就要求存在平衡点的一个邻域 U，在其边界上向量场向外指向 D 的里边。然而，不论如何，必须确保表达式 $\frac{\partial f}{\partial Y}+\frac{\partial g}{\partial K}=\alpha(I_Y-S_Y)+I_K$ 在 D 的某些地方改变符号。否则，根据定理 5.4，极限环将不存在。

系统 (5.3.2.1.1) 表示了一种和卡尔多原始模型不同的净价值概念。由于必须以某种方式为折旧筹措资金，而且(5.3.2.1.1)中的 $S(Y,K)$ 肯定是净储蓄，因此，折旧仅能合理地被认为是一个恒定值，并由一固定的储蓄量来为其筹措资金。然而，为了寻找极限环，并不一定要研究这样的一个净价值模型。在卡尔多的原始模型中，资本积累被定义为

$$\dot{K}=I(Y,K)-\delta K,\ \delta>0 \qquad (5.3.2.1.7)$$

由于在常和史密斯模型中，$\dot{K}$ 对于 K 的导数的符号并不受这个变式的影响，I_K 的表达式可以简单地由 $(I_K-\delta)<0$ 来替代。然而，一旦区分了净投资和总投资，因为对于低收入水平，储蓄通常是负值，就可能出现这样的现象：在 $\dot{Y}=0$ 轨

迹上，当 $Y \to 0$ 时，在形式上将出现负的总投资。①

非线性菲利普斯曲线与极限环

上节所研究的系统正好是由两个变量 Y 和 K 所表示的。而一般的 n 维($n \geqslant 3$)均衡(非均衡)模型则完全不能用庞加莱一本迪克逊定理来处理，甚至在宏观层次上构造出基本上能够简化成两维微分方程系统的模型也几乎总是非常困难的。在下面的分析中，将介绍两个这样的尝试，就是所谓的罗斯模型(1967)和韦尼格模型(1975)。

罗斯的文章介绍了在经济周期理论中最初运用庞加莱一本迪克逊定理的一种方法。通过在基本的新古典主义框架中加入一条非线性菲利普斯曲线，可以看到，构造一个以极限环形式运动的两维系统确实是有可能的。

假设一个有代表性的企业，其净产出 Y 由具有通常性质的齐次生产函数表示

$$Y=Y(K,N)\text{或}\frac{Y}{K}=f(x),x=\frac{N}{K} \qquad (5.3.2.2.1)$$

假定该企业面对一个推测的需求函数，其形式为

$$p=Au\left(\frac{Y}{B}\right),u'\leqslant 0 \qquad (5.3.2.2.2)$$

其中 $A(t)$ 是一个表示预期影响的函数，$B(t)$ 表示一种增长趋势。在假设其他情况都不变的推断之下，可以由 K 代替 B，使(5.3.2.2.2)变成：②

① 实际上，因而必须在卡尔多模型的理论研究中引入收入水平的下限。

② 如果预期被满足，则假设趋势B(t)的增长率等于整个经济的增长率。由于经济的增长率近似于资本存量的增长率，则在 B(t) 和 K(t)之间的线性关系可建立起来。

$$p=Au\left(\frac{Y}{K}\right)=Au(f(x)) \qquad (5.3.2.2.3)$$

令w表示名义工资率。企业要使现期的利润π达到最大值，而对于给定的预期、现期中的固定工资率和固定的资本存量，π只是x的一个函数：

$$\pi=(Au(f(x))f(x)-x)wK \qquad (5.3.2.2.4)$$

其极大值的一阶条件为

$$\left(1-\frac{1}{\eta}\right)u(f(x))f'(x)=w/A \qquad (5.3.2.2.5)$$

其中η是预期需求的弹性。把(5.3.2.2.5)写成对数形式并对时间进行微分，可以得到如下微分方程

$$\frac{\dot{x}}{x}=\Phi(x)\left(\frac{\dot{A}}{A}-\frac{\dot{w}}{w}\right) \qquad (5.3.2.2.6)$$

其中$-1/\Phi(x)$是(5.3.2.2.5)式左边的对数对x的对数所求的导数。

设S表示计划储蓄，它取决于收入和资本。① 由于储蓄函数$S=S(Y(K,N),K)$被假定是线性齐次的，所以它可以被写成

$$S/K=g(x),g'(x)>0\forall x \qquad (5.3.2.2.7)$$

由(5.3.2.2.5)可以看出利润率$\pi/(pK)$是x的递增函数。在计划投资与实际利润π/p有正相关关系的假设之下，资本存量的计划增长率为

$$I/K=k(x),\ k'>0 \qquad (5.3.2.2.8)$$

商品市场通常处于暂时的平衡状态。假定计划储蓄总可

① 其实，必须注意利息率。由于假设利息率是常数，所以它完全被忽略了。

以得以实现，那么，原先在储蓄和投资之间的不一致性由于缓冲存量变化而被消除。如果缓冲存量被看作是资本存量的一部分，则有

$$S=\dot{K} \text{ 即 } S/K=g(x)=\dot{K}/K \qquad (5.3.2.2.9)$$

这就是说，与通常的假设 $I=\dot{K}$ 相反，资本存量的实际变化并不是由计划投资所决定的，而是由实际储蓄决定的。设 n 是劳动力供给 N^S 的增长率。对比率 $\nu=N^S/K$ 对数求微分，并把(5.3.2.2.9)式代入，即得

$$\frac{\dot{\nu}}{\nu}=\frac{\dot{N}^S}{N^S}-\frac{\dot{K}}{K}=n-g(x) \qquad (5.3.2.2.10)$$

方程(5.3.2.2.6)和(5.3.2.2.10)构成了有4个增长率 $\dot{A}/A$、$\dot{w}/w$、$\dot{x}/x$ 和 $\dot{\nu}/\nu$ 以及 x 的2个方程式。为了把该系统简化成一个两维微分方程系统，提出如下关于 $\dot{A}/A$ 和 $\dot{w}/w$ 的假设：假定工资率的变化率按照著名的菲利普斯曲线形式依赖于就业率，即

$$\frac{\dot{w}}{w}=F\left(\frac{N}{N^S}\right)=F\left(\frac{x}{\nu}\right),\ F'\left(\frac{x}{\nu}\right)>0 \qquad (5.3.2.2.11)$$

再假定就业率 x/ν 被限制于区间 (a,b) 之中，其中 $0<a<b\leqslant 1$。

假设函数 $F(x/\nu)$ 的图形如图5.13所示。尽管名义工资的变化率通常在区间 (a,b) 的中部起作用，但当就业率趋向区间的上限 b 时，该变化率趋向于无穷大(而当 $x/\nu\to a$ 时它趋向于 $-\infty$)。对于 $F(x/\nu)$ 的这种形状尚无令人满意的解释。尽管变化的斜率 $F'(x/\nu)$ 和固定界限的假设对证明极限环的存在是必不可少的，而该假设在这个模型经济中被认为是理所当然的。

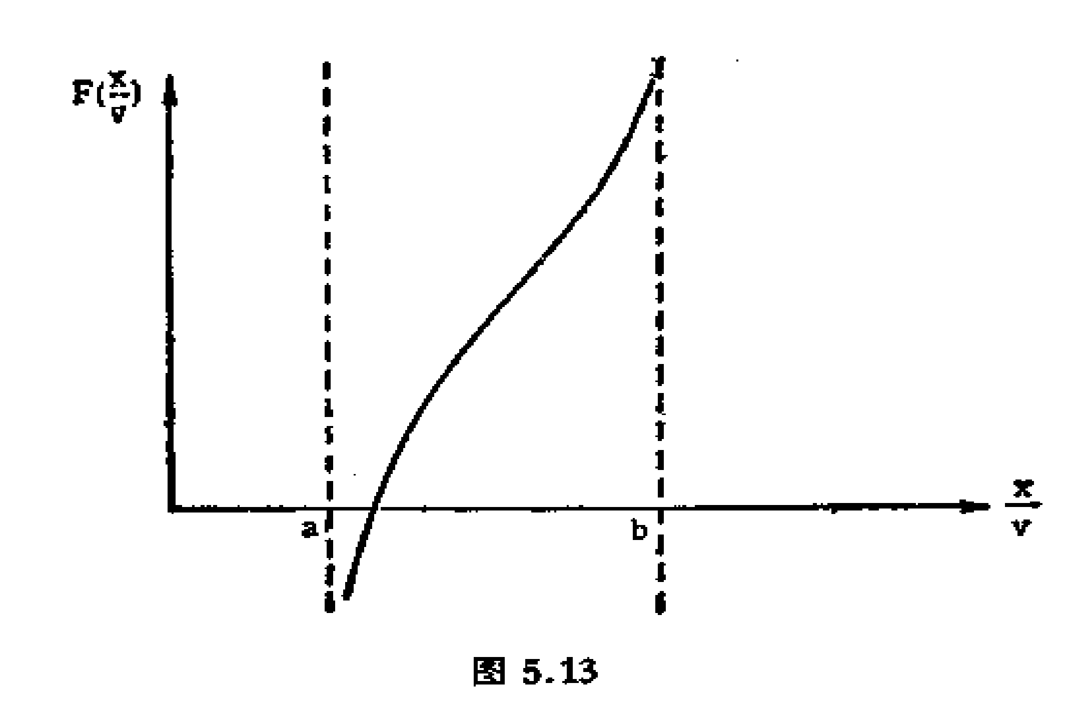


图 5.13

最后，假设预期A的变化率取决于商品市场上的相对超额需求，超额需求由差值$I/K-S/K$表示，则有

$$\dot{A}/A=E\left(\frac{I}{K}-\frac{S}{K}\right)=E(k(x)-g(x))=H(x) \quad (5.3.2.2.12)$$

其中$E(0)=0, E'>0$。由于$H'(x)=E'(\cdot)(k'-g')$，所以H'的符号和$(k'-g')$的符号相同。把方程(5.3.2.2.12)和(5.3.2.2.11)代入(5.3.2.2.6)得到

$$\dot{x}/x=\Phi(x)(H(x)-F(x/v)) \quad (5.3.2.2.13)$$

此式和(5.3.2.2.10)便构成了两维自治微分方程系统

$$\dot{x}/x=\Phi(x)(H(x)-F(x/v)) \quad (5.3.2.2.14)$$

$$\dot{v}/v=n-g(x)$$

寻找极限环的第一个步骤仍然是检验奇点，即系统的平衡点。可以看出平衡点$(x^*{}_1U^*)$存在，而且是唯一的。系统的局部稳定性可以通过在平衡点附近对(5.3.2.2.4)式进行线性展

开来加以研究，得到雅可比矩阵：①

$$M=\begin{pmatrix}\Phi(x^*)\left(x^*H'(x^*)-\dfrac{x^*}{\nu^*}F'\left(\dfrac{x^*}{\nu^*}\right)\right) & \Phi(x^*)\left(\dfrac{x^*}{\nu^*}\right)^2F'\left(\dfrac{x^*}{\nu^*}\right)\\ -\nu^*g'(x^*) & 0\end{pmatrix}$$

(5.3.2.2.15)

由关于 F、g 和 Φ 的假设可知，该矩阵的行列式是正的。因此该平衡点不是鞍点。而且，平衡点是稳定的还是不稳定的，取决于此矩阵的迹是负还是正的。由于

$$\mathrm{tr}M=\Phi(x^*)\left(x^*H'(x^*)-\left(\frac{x^*}{\nu^*}\right)F'\left(\frac{x^*}{\nu^*}\right)\right)\quad(5.3.2.2.16)$$

如果

$$H'(x^*)>\frac{1}{\nu^*}F'\left(\frac{x^*}{\nu^*}\right)\quad(5.3.2.2.17)$$

则平衡点将是不稳定的。

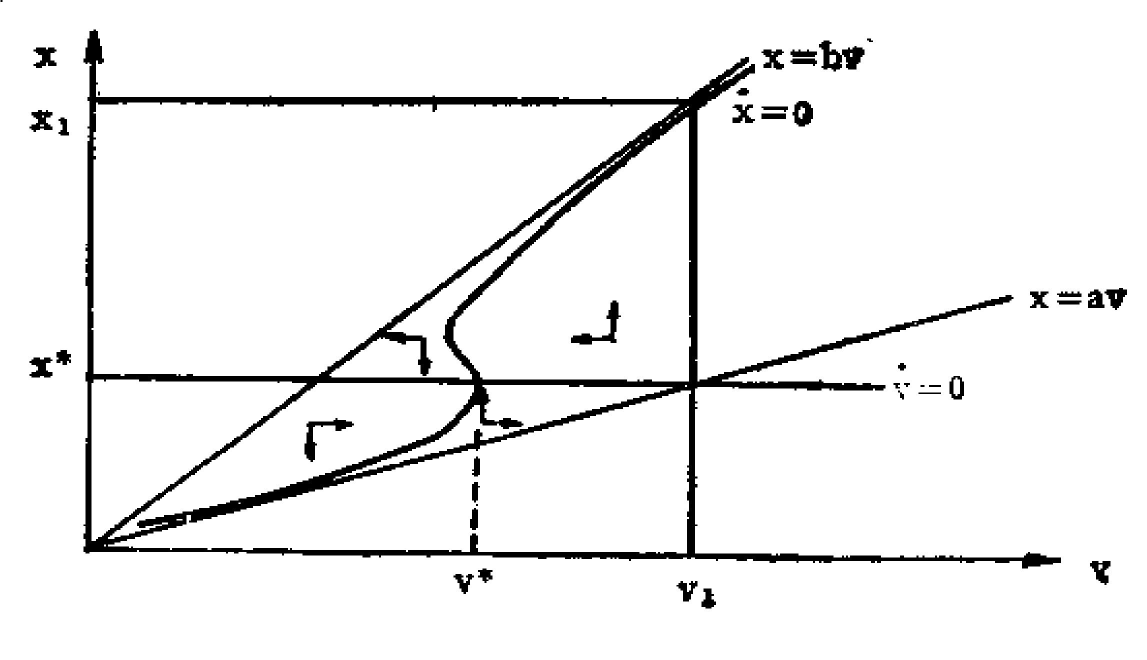


图 5.14

① 注意，在平衡点有H=F。

$H'(x^*)>0$ 以及 $g'(x^*)<k'(x^*)$ 是确保不稳定性的必要条件，但不是充分条件；而且，由于$F(x/v)$的斜率，在平衡点处就业率不会太高或者太低。现在来分析系统(5.3.2.2.14) $\dot{x}=0$ 和 $\dot{v}=0$ 的图形。由于$g(x)$是单调递增的，所以$x=g^{-1}(n)$是唯一的，并且和 $\dot{v}=0$ 一起确定了平衡点的值x^*。

由于函数$F(x/v)$定义于区间 (a,b) 上，在图 5.14中曲线 $\dot{x}=0$(这时有$H(x)=F(x/v)$) 一定处于由辐射状直线 $x=av$ 和 $x=bv$ 所形成的锥形区域之中。为了建立一个不稳定的平衡点(x^*,v^*)，由(5.3.2.2.17) 可得知 $\dot{x}=0$的图形在 x^* 处必须有一个负斜率，这是因为

$$\text{如 } H'>1/vF',\quad \left.\frac{dx}{dv}\right|_{\dot{x}=0}=-\frac{\frac{x}{v^2}F'\left(\frac{x}{v}\right)}{H'(x)-1/vF'\left(\frac{x}{v}\right)}<0$$

(5.3.2.2.18)

不难看出，在曲线 $\dot{v}=0$ 之上(下) v 是递减(递增)的。另外，对于曲线 $\dot{x}=0$ 左(右)边的v，$\dot{x}<0$ (>0)。构造一个子集DCR^2；$D=\{(x,v)\,|\,0\leqslant v\leqslant v_1,\ \ av\leqslant x\leqslant bv\}$，其中$v_1$为 $\dot{v}=0$和$x/v=a$的交点。余下的事情就是证明在D的边界上向量场指向D的内部。辐射状直线$x=av$和$x=bv$是仅有的临界区域。注意，在 v 为有限值时，只要趋近边界，就有$F(x/v)\to\infty(-\infty)$，所以，可以得出结论：存在一个紧子集$D(CK^2)$ 满足庞加莱—本迪克逊定理的要求。因此，一个极限环存在。

实际上，这个结论不能排除多个极限环的存在。根据定理5.5，在这种情况下，这些极限环的稳定和不稳定是交错的。应该注意的是，在罗斯的模型中，至少对就业率的最大

值进行叙述是可能的。由于函数$F(x/v)$定义在区间(a,b)上，所以就业率的变动幅度不可能大于$b-a$。

菲利普斯曲线的平坦部分构成了这个模型产生极限环的基本要素。例如，假设初始时经济处于就业率x/v的较低状态，这可由极限环和射线$x=cv$的切点来表示，其中c接近于a。如果工资下降，并且预期的需求价格p的下降速度不会比工资更快的话，实际的工资率将会下降，这意味着利润率上升和劳动力-资本比率增加。如果菲利普斯曲线是线性的，那么就业率的上升将导致工资按比例增加，并使x适度增加。x和v都将单调地趋向它们的平衡值。然而，由于菲利普斯曲线有平坦部分，工资的增加要比前一种情形要小一些，也就是说劳动力-资本比率的下降要小一些。如果该曲线足够平坦的话，x会超过它的平衡值，并且劳动力-资本比率的逆转将仅在就业比率N/N^S相对较高时才会出现。因此，基本上是菲利普斯曲线的平坦部分使得x出现过调，并妨碍系统到达其平衡点。对于衰退的情况，相似的推理也成立。

鉴于成本推动的通货膨胀和需求拉动的通货膨胀而改变模型是可能的。正如罗斯已经表明的，上述模型的基本性质保持不变。相反，如利率满足货币市场的平衡条件，只要货币当局能够运用货币供给作为一种政策手段，就可以排除极限环的存在。

与罗斯的文章在形式推理方法上一致的另一个模型可以在韦尼格(1975)的论文中找到。该模型在极限环上对收入分布的变化情况做直接的论述。但它忽略了经济周期模型中的一个主要变量，即资本存量。正如韦尼格所指出的那样，在非线性模型中引入资本积累的实现反映了一种更加不稳定的

效应。因此，把收入再分配作为一个独立项来研究动态效应是有必要的。下面仅就该模型的基本情况作一介绍。

对于一个给定的资本存量，设$N=h(r)$是具有一般性质的生产函数的反函数。名义收入PY是工资收入WN、根据契约所得的资本收入R和利润π之和，即

$$PY=WN+R+\pi \tag{5.3.2.2.19}$$

总需求D是消费需求$C(Y)$、自发投资I^a和存货投入$I^V(Y)$之和：

$$D(Y)=C(Y)+Z^a+I^V(Y) \tag{5.3.2.2.20}$$

其中$D'(Y)>0$，$\lim\limits_{Y\to 0}D(Y)=D_0>0$。利润占国民收入的比重为$\pi/PY$，它可以被解释为每单位商品的实际平均利润。设$S=\pi/PY$和$d=D/Y$。假定生产的变化率可以写作①

$$\dot{Y}/Y=f(d,S) \tag{5.3.2.2.21}$$

它有如下性质

$\frac{\partial f}{\partial d}>0, \frac{\partial f}{\partial S}>0$，$\exists S$ 使 $f(d,S)=0$，$\forall d>0$，也就是说，假设其他情况都相同，只要相应的需求或平均利润增长，生产就将随之增长。并且，对于一个给定的需求，存在着一个最小的利润，它使得生产发生非减少的变化。把S的表达式代入(5.3.2.2.21)式，此式变成

$$\dot{Y}/Y=f\left(d,\ 1-\frac{R}{pY}-\frac{w}{p}\frac{h(y)}{Y}\right) \tag{5.3.2.2.22}$$

假定R随时都在调整，以使R/PY为一个常数。按照索洛和

① 本来，对实际的和预期的变化是加以区别的，但为解说方便起见忽略了这种区别。

斯蒂格利茨(1967)提出的一种方法，对关于实际工资率的变化率作了如下假设：

$$(\dot{w/p})=G(l,w/p),\ G_l>0,\ G_{w/p}>0 \qquad (5.3.2.2.23)$$

其中 l 为就业量和恒定劳动力供给之间的就业比率 N/N^S。方程(5.3.2.2.23)是从一个由索洛和斯蒂格利茨提出的经过修正的(基本上是菲利普斯形曲线)关系的假设中得到的结果。方程(5.3.2.2.23)中的w/p的附加影响，可从以下方面加以解释。由于菲利普斯曲线能够被解释为是劳动力市场上讨价还价过程的结果，因而可以认为经济情况越坏，劳动力供给方越积极，其他条件相同时的较低或较高的实际工资率正反映了这一点。

方程(5.3.2.2.22)和(5.3.2.2.23)构成了$(Y,w/p)$上的一个两维系统。在未作进一步讨论的情况下，$\dot{Y}=0$和$(\dot{w/p})=0$曲线的图形如图 5.15 所示。垂直线 $\bar{Y}$ 表示生产能力边界。

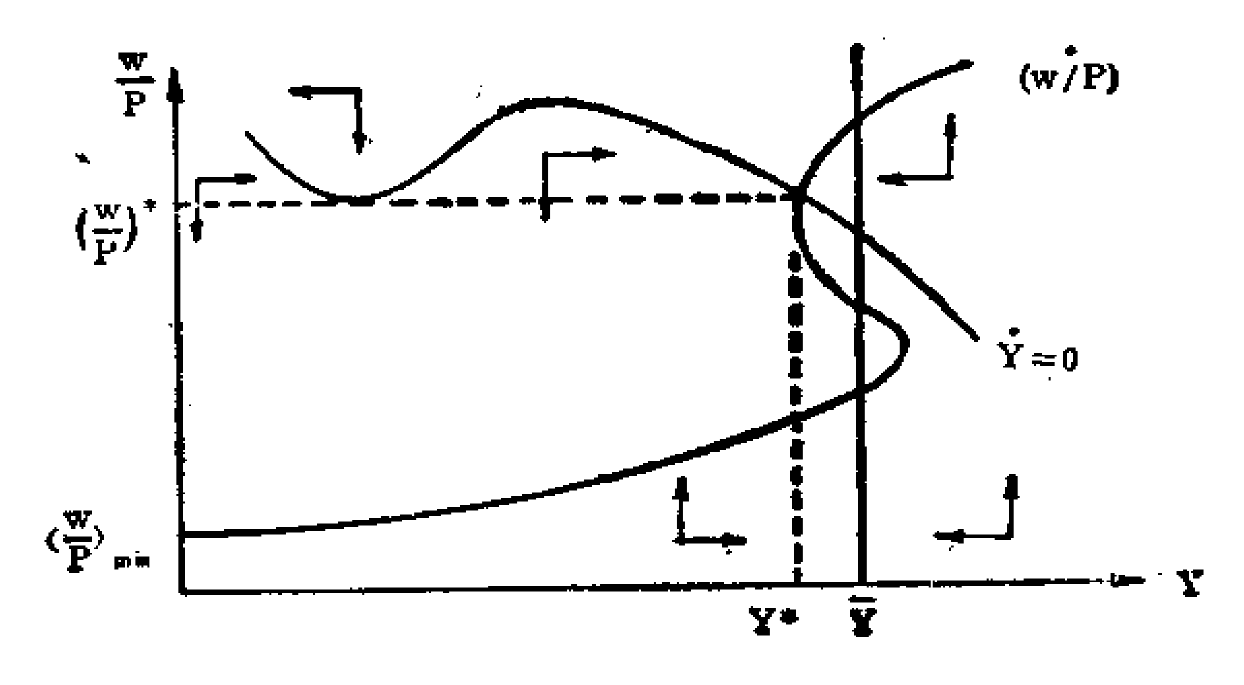


图 5.15

从图中可以看出，只要不是充分就业均衡，那么对于一定的参数组合，均衡是不稳定的。通过引入实际工资的一个最小值和对函数 f 和 G 的极限所作的一些假设，以及利用生产能力边界 $\overline{Y}$，构造一个紧集 D 是有可能的。由于在 D 的边界上向量场的点指向 D 的里边，所以庞加莱-本迪克逊定理能够用来确定极限环的存在。

非瓦尔拉斯宏观经济学和经济周期

至此，本书所介绍的非线性模型要么是均衡模型，要么可能是对个体行为完全没有影响的市场的非均衡模型。均衡模型是以所有市场上每时每刻的瞬时均衡为出发点的。这些模型的动态推动力来源于(例如)实际的和计划的资本存量之间的特定差异。另一方面，我们遇到的大部分模型都认为市场上的超额需求是产出、利率和工资率的主要驱动力，而供给和需求之间的不一致性可能造成的瞬态效应却一直没有弄清楚。对配给条件下的瞬时均衡的最新研究强调了两个要点：①(1)如果在一个市场中存在非均衡状态，那么对长线一方的定量配给可以对其他市场的供给或需求产生影响。这在总量宏观模型中是显而易见的，在这些模型中，对于在短期内固定的价格，劳动力供给的配给可能会影响到消费需求。(2)凯恩斯收入模型可以解释为一个有配给的宏观模型。②

在这里不可能对这种方法作一个令人满意的综述，但可以作一个非常简短的说明。假设一个有家庭、企业和三种商品(消费品、劳动力和货币)的非常简单的宏观经济框架。假

① 定量配给非均衡理论的介绍见Benassy(1982)。

② 然而，应该强调，配给方法不是凯恩斯收入理论的唯一微观经济解释，参见Davidson(1984)。

设在相关的时期内所有商品的价格都保持不变。设P_C、P_l和P_M分别是消费品、劳动力和货币的价格。再假设$Z_i^d(P)$和$Z_i^S(P)$[其中$P=(P_C,P_l,P_M)$]表示家庭或企业对商品i的需求和供给，它们按照通常的瓦尔拉斯方式依赖于所有的价格。如果价格偶然地(或在一个调整过程之后)成为一般均衡价格，则有

$$z_i^d(p)=z_i^S(p)\quad\forall i \qquad (5.3.2.3.1)$$

然而，并不能排除恒定价格会取这样的值——以致在瓦尔拉斯的需求和供给不一致的意义上出现非均衡状态：

$$z_i^d(p)\neq z_i^S(p) \qquad (5.3.2.3.2)$$

例如，设$z_l^S(p)$是家庭的劳动力供给，$z_l^d(p)$是企业对劳动力的需求，并假设$z_l^S>z_l^d$，就是说存在劳动力供给过剩。显然，不可能促使企业雇用多于为创造最大利润所必需的工人，在这种简单的情况下，实际就业水平z_l马上就能得出，即

$$z_l=\min\{z_l^d,z_l^s\} \qquad (5.3.2.3.3)$$

在劳动力市场有配给的情况下，必须进一步研究消费需求是否受到影响。所有商品的瓦尔拉斯的供给和需求都是从联立最优化过程中推导出来的。在劳动力供给可以实现的假设下，可以给出消费需求z_c^d。如果在劳动力市场中存在配给的话，那么失业工人的消费需求显然就不可能得到满足，并且必须改变消费需求函数。如不允许贷款，则消费需求由工人的实际收入Y所决定，这个实际收入低于预期的瓦尔拉斯(效用最大的)收入，即有

$$C(Y)\leqslant z_C^d(p) \qquad (5.3.2.3.4)$$

这个消费函数$C(Y)$和凯恩斯消费函数显然是相同的，并被克劳尔(1965)称之为“有效”需求函数以区别于“名义上的”瓦尔

拉斯函数。

上述研究配给结果的过程当然可以被应用于所有可能的配给情况，例如在消费品市场和劳动力市场上企业受到的配给。当货币仅被作为一种交易手段时，则除了对(不变)价格不同值的瓦尔拉斯均衡状态之外，在这两个市场上超额供给和需求的不同组合正好还有4种。马林沃德(1977)把这4种不同的状态分别称为古典失业(劳动力供给过剩，超额的消费品需求)、凯恩斯失业(两个市场上供给都过剩)、抑制性通货膨胀(两个市场上都存在超额需求)以及消费不足(超额劳动力需求和商品的超额供给)。图5.16根据价格-工资的不同组合描绘了这些不同的状态。标准的凯恩斯宏观模型可以被认为是这种分类的一个特例，即作为古典失业和凯恩斯失业区域之间的边界：劳动力供给过剩和消费品市场平衡。

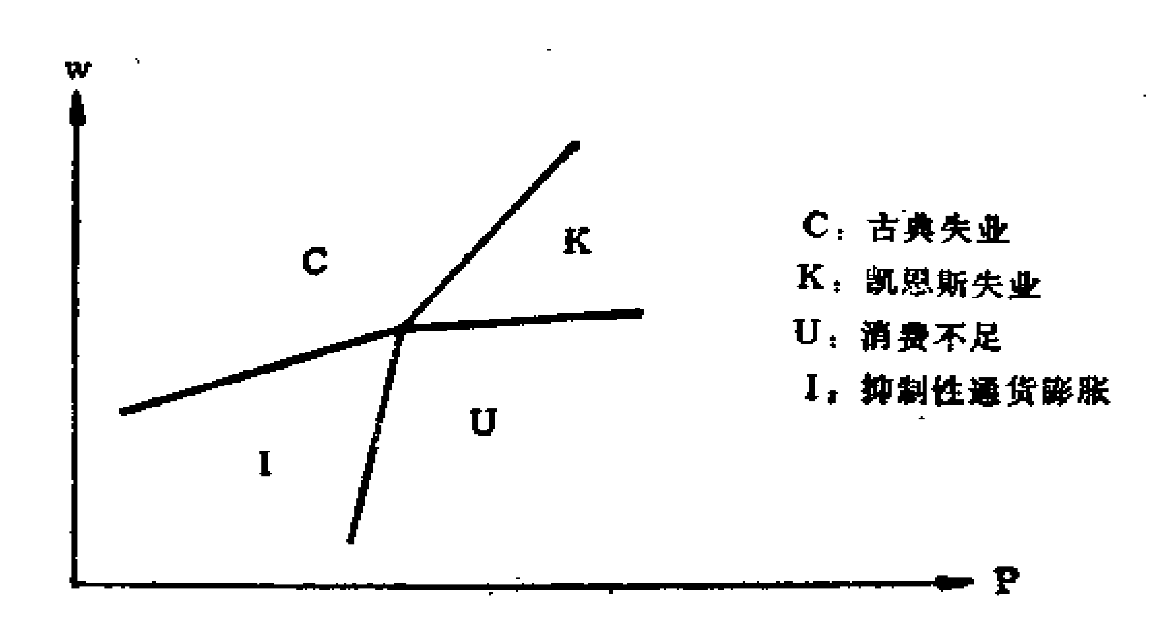


图5.16 马林沃德模型的4种状态

尽管这种方法有助于更好地理解短期宏观经济现象，但

是将基本模型加以扩展使之包括可变的资本存量、缓慢调整的价格或其他动态过程的问题一直没有得到解决。① 贝纳西(1984)的模型是少有的例外之一，它对以非瓦尔拉斯方式解释的短期凯恩斯主义经济学和中期经济周期理论之间关系作了一个概括。

请考察一个包括一种消费品、劳动力、货币和债券的宏观模型。商品价格和利率都能随时调整以使这些市场总处于均衡状态。假定在每个时段中都有一个固定的名义工资，② 系统总是运行在马林沃德(1977)所说的凯恩斯失业和古典失业的边界上。在此情况下，模型的需求一方可以用普通的 *IS-LM* 方程来描述

$$Y=C(Y,P)+I(X,r) \qquad (5.3.2.3.5)$$
$$L(Y,r,p)=\overline{M}$$

其中 L 是对货币的需求，$\overline{M}$ 是恒定的货币供给，r 是利率，P 是消费品的价格，X 是预期的需求。除了偏导数的常用符号外，还假定由于一个实际余额效应，$C_p<0$，由于交易货币需求的增加，$L_p>0$，并且假设 $I_X>0$ 作为归因于预期需求的投资。在这个阶段可以把 X、P 和 $\overline{M}$ 当作外生变量来对待，解方程(5.3.2.3.5)，便得到 Y 和 r。对于 X 和 P 的可能值，设 $Y=E(X,P)$ 为以 Y 的形式给出的(5.3.2.3.5)的解。③ 函数 $Y=E(X,P)$ 描绘了该系统的一条"总需求曲线"。

一条"总供给曲线"可由如下方式得到：由于假定存在竞

① 这主要是由于在某些模型中分段定义的动态系统和不连续性的数学复杂性(也可比较第6.2.2节)。

② 由于分析是在连续时间上进行的，时段长度当然是无穷小。

③ 由于 $\overline{M}$ 在整个时间区间中不变，在下面将不再提到。

争，则企业选择劳动力投入使得实际工资W/P等于劳动力的边际产出。由生产函数

$$Y=F(L)\text{或}L=F^{-1}(Y) \quad (5.3.2.3.6)$$

得到

$$F'(L)=\omega/p \quad (5.3.2.3.7)$$

对于产出则有

$$Y^0=F(F'^{-1}(w/p)) \quad (5.3.2.3.8)$$

Y^0表示通常的新古典式的商品供给。由于劳动力投入被限制为等于或小于劳动力的固定供给$\overline{L}^S$（$\overline{L}^S$即充分就业水平），则产出就是新古典式的Y^0和充分就业产出水平$Y_0=F(\overline{L}^S)$中的最小值：

$$Y=\min\{F(\overline{L}^S),F(F'^{-1}(w/p))\}=\min\{Y_0,Y^0\} \quad (5.3.2.3.9)$$

方程(5.3.2.3.5)和(5.3.2.3.9)构成了具有可变商品价格的一个瞬时凯恩斯均衡状态。图5.17给出了总需求曲线和总供给曲线。需求预期值增加时，需求曲线将向上移动，需求预期值的合理上限为Y_0，在图5.17中由$X_3=Y_0$表示；而工资率

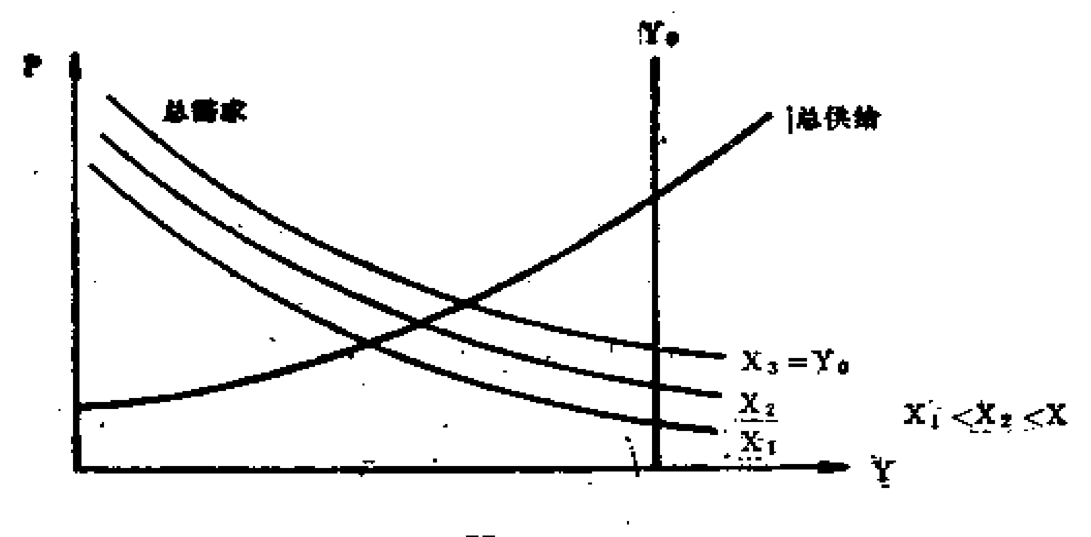


图 5.17

降低时，供给曲线将向下移动。图5.17中总供给和总需求曲线的组合表示了一个就业不足的均衡状态，这显然是由于高工资引起的。

如果$Y<Y^0$，则总供给和总需求曲线的交点如下所述

$$Y=E(X,p)$$
$$Y=F(F'^{-1}(w/p)) \quad (5.3.2.3.10)$$

方程(5.3.2.3.10)构成了一个具有两个内生变量Y和P与参数X和W的两方程系统，并且因此可以解出Y和P。设$Y=Z(X,w)$为(5.3.2.3.10)中Y对X和w不同值的解，则乘子为

$$\frac{dY}{dX}=Z_X>0$$
$$\frac{dY}{dw}=Z_w<0 \quad (5.3.2.3.11)$$

函数$Y=Z(X,w)$和P的类似解表示了一个瞬时凯恩斯均衡，该均衡具有固定工资和投资函数中的恒定预期需求。

为了引入动态因素，假定工资率按照一个通常的菲利普斯曲线关系进行调整，即

$$\dot{W}=H(\bar{N}-L),H'<0 \quad (5.3.2.3.12)$$

其中$\bar{N}$是劳动力的恒定供给。

由于劳动力是生产的唯一要素，则通过生产函数可以用Y替代L，所以

$$\dot{W}=G(Y),G'>0 \quad (5.3.2.3.13)$$

再假定存在一个$\bar{Y}>0$，使$\dot{W}=0$：

$$\dot{W}=G(\bar{Y})=0,0\leqslant\bar{Y}<Y_0 \quad (5.3.2.3.14)$$

最后，设需求预期值相应于实际收入和预期需求之间的差进

行调整：

$$\dot{X}=\mu(Y-X),\mu>0 \quad (5.3.2.3.15)$$

方程(5.3.2.3.13)和(5.3.2.3.15)构成一个两维自治微分方程系统。

因为方程(5.3.2.3.14)，所以点集$\{(X, W)|\dot{W}=0\}$由$\overline{Y}=Z(X,w)$给出。由于

$$d\overline{Y}=0=Z_XdX+Z_wdw \quad (5.3.2.3.16)$$

$$\Longrightarrow\frac{dX}{dw}=-\frac{Z_w}{Z_X}>0$$

因而曲线$\overline{Y}=Z(X,w)$是向上倾斜的。因$\overline{Y}<Y^0$，曲线$\dot{w}=0$位于曲线$Y^0=Z(X,w)$之下，如果总供给和总需求曲线的交点和充分就业的产出水平相吻合的话，曲线$Y^0=Z(X,w)$将是方程(5.3.2.3.10)的解。因为$\dot{w}=G(Z(X,w))$，且$G'>0$，$Z'_w<0$，所以在图形$\dot{w}=0$的右(左)边工资w将减少(增加)。

长期预期均衡被定义为

$$\dot{X}=0=\mu(Y-X)\Longrightarrow X=Y=Z(X,w) \quad (5.3.2.3.17)$$

$\dot{X}=0$ 曲线的斜率为

$$\text{如 } Z_X\gtrless1,\ \frac{dX}{dw}=\frac{Z_w}{1-Z^X}\gtrless0 \quad (5.3.2.3.18)$$

因此，由于除了$Z_X>0$之外，对Z_X的量值或不变性都还没有做任何假设，所以$\dot{X}=0$轨迹的形状无法预先给出。然而，系统稳定性检验表明，为了保证均衡点是不稳定的，在均衡点处Z_X必须大于1。

根据(5.3.2.3.13)和(5.3.2.3.15)在长期均衡点附近的线性近似式可知，由于其雅可比矩阵M的行列式是正的，从而排除了鞍点的存在。而且，矩阵的迹为

$$\mathrm{tr}M = G_Y Z_w + \mu(Z_X - 1) \gtreqless 0 \qquad (5.3.2.3.19)$$

因此，由于在均衡点是局部(进而也是全局)不稳定的情形下，此迹一定是正的，因而在均衡点处Z_X一定大于1。

轨迹$\dot{X}=0$对$X\leqslant Y\leqslant Y_0$有定义，因此它起始于充分就业轨迹$Y_0=Z(X,w)$，而$Y_0=Z(X,w)$像$\dot{w}=0$一样有正的斜率。所以在$Y_0=Z(X,P)$和$\dot{X}=0$曲线的交点处预期值$X$等于充分就业的产出水平$Y_0$。

由于$d\dot{X}/dw=\mu Z_w<0$，所以对于轨迹$\dot{X}=0$左(右)边的所有X，预期需求将增大（减少）。图5.18给出了曲线$\dot{w}=0$和$\dot{X}=0$的一种可能的形状，描绘了一个不稳定的长期均衡点(w^*,X^*)的特征。如果图5.17的假设成立的话，那么在$\dot{w}=0$曲线和横坐标轴相交处$w>0$，并且相应地$Y<Y_0$。从这些假设可进一步得到，曲线$\dot{X}=0$总是处于正的相域中，

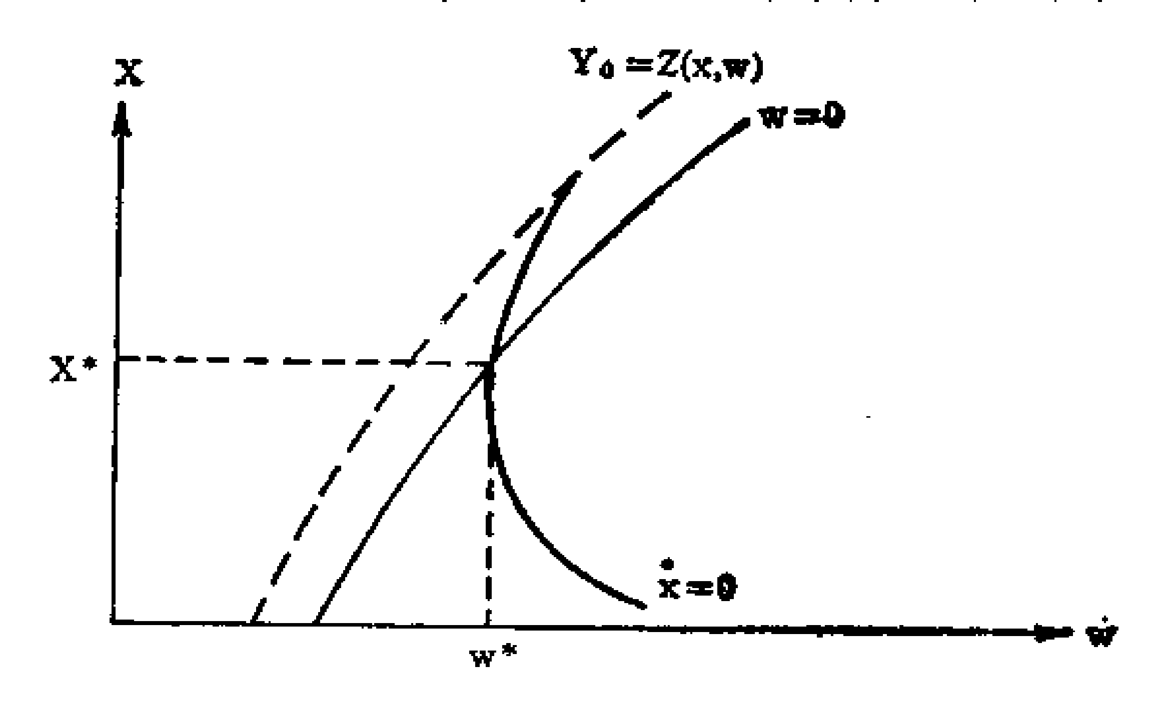


图 5.13

因为方程(5.3.2.3.10)总有一个正数解 Y。

注意，根据定理 5.4，极限环存在的一个必要条件是表达式

$$G_Y Z_w + \mu(Z_X - 1) \qquad (5.3.2.3.20)$$

在此区域中的某些地方改变其符号。在Z_w的符号不变的情形下，这个必要条件意味着Z_X的值会发生变化以使在该区域中$Z_X \gtrless 1$ 至少变化一次，这就是说曲线 $\dot{X}=0$ 的斜率的符号将发生变化。

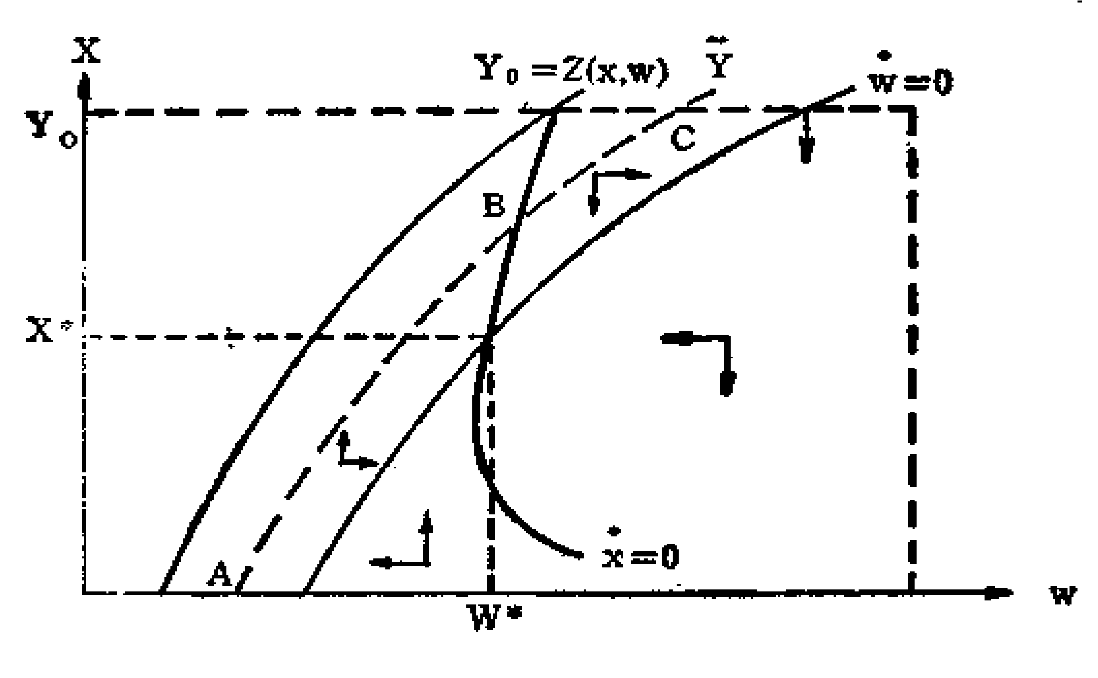


图 5.19

相图如图5.19所示。庞加莱—本迪克逊定理被再次用于确定极限环的存在。为了构造一个紧子集DCR^2，选择 Y_0 作为X的上界，并选择w的一个上界，使它比满足当$X=Y_0$时$\dot{w}=0$的工资率更高。然而，由这些边界和充分就业线$Y_0=Z(X,w)$ 构成的集合不是所希望的子集，这是因为在曲线$\dot{X}=0$和曲线$Y_0=Z(X,w)$的相交处的向量场没有一个点指向集

合里边，所以子集的边界必须处于该交点的右边。请看该交点右边的一个点C。由于C处于一条确定的$\tilde{Y}=Z(X,w)$轨迹上，所以必须检查向量场的点是否指向由曲线$\widetilde{Y}=Z(X, w)$所围成的集合D里边。对于线段BC这是无可非议的。但对于线段AB，$\dot{X}$和$\dot{w}$都是正的。如果向量场使得X和w的动态运动把变量保持在AB线上，即$\widetilde{Y}=Z(X, w)=$常数，则有

$$\dot{Y}=0=Z_w\dot{w}+Z_X\dot{X} \tag{5.3.2.3.21}$$

由于要求向量场的点指向子集D里边，必须有

$$\dot{Y}<0 \Longrightarrow \dot{X}<-\frac{Z_w\dot{w}}{Z_X} \tag{5.3.2.3.22}$$

下面的分析表明确实有可能找到一个$\widetilde{Y}$满足$\dot{Y}<0$的要求。当$(Y-X)<Y_0\forall X>0$，则有

$$\begin{aligned}\dot{Y}&=Z_X\dot{X}+Z_w\dot{w}=\mu(Y-X)Z_X+G(Y)Z_w\\&<\mu Y_0Z_X+G(Y)Z_w\end{aligned} \tag{5.3.2.3.23}$$

对满足$G(\widetilde{Y})>-\frac{\mu Y_0Z_X}{Z_w}$的一个$\widetilde{Y}$，当$\lim\limits_{\tilde{Y}\to Y_0}G(\widetilde{Y})=\infty$时，即当$Y$趋向充分就业的产出水平时，工资率趋向无穷大，因而肯定可以找到一个$\widetilde{Y}<Y_0$满足上述不等式。

由于存在具有所希望的性质的紧子集D和不稳定的长期均衡状态，庞加莱—本迪克逊定理的要求得到了满足。因此这个非瓦尔拉斯模型至少有一个极限环。

尽管上一节对菲利普斯曲线或投资函数$I(Y)$的形状没有做任何特殊的假设，为了表现周期行为，贝纳西模型的基本要求是Z_X的值在区域上发生变化。对乘子的检验表明，在有关因素中，偏导数I_X(即投资对需求预期值变化的反应)对I_X值的大小起主要作用。然而，有趣的是，所需要的仅仅是从

整个区域上所有形状和特定的非线性中挑选一个上升的Ix。但是，在长期均衡点附近Ix会增大的原因仍未弄清。对于远离均衡状态时投资倾向于下降的一个可能的解释也许是获取利润的前景黯淡，这和卡尔多1940年的模型中所提出的论据是相同的。

运用$IS-LM$框架和庞加莱-本迪加逊定理的另一个模型是1982年提出的。用庞加莱-本迪克逊定理研究动态模型时必须确定向量场的点指向一个有适当定义的子集D内部，而这种研究方法的主要困难在于要通过对模型的先验性假设使这样一个集合存在。

经济周期的"捕食者--被捕食者"理论

迄今为止，研究动态系统所采用的工具并不是经济学所特有的。大部分著名的动态关系(例如谐波振荡器、范德玻尔方程等)都是在对诸如摆的运动、在悬挂状态下弹簧的反应之类的物理现象的研究过程中提出的。然而，正如第6章将要强调的那样，在其他学科中(如化学和生物学)，由于在所有这些领域中所提出的问题及其可能的解有着惊人的相似性，动态现象正发挥着越来越重要的作用。

通过数学分析方法来研究生物或生态现象的早期努力是洛特卡(1925)和沃尔泰拉(1931)的工作。他们研究两个相互依赖的种群——亚得里亚海的鱼群——之间的动态关系，它们可以分别被描述为捕食者和被捕食者。在没有深入研究细节的情况下，洛特卡和沃尔泰拉的动态系统是由二维微分方程组成的：

$$\dot{x}=ax-bxy$$

$$\dot{y} = -cy + dxy \qquad a,b,c,d>0，且都是常数 \quad (5.3.3.1)$$

其中 x 表示被捕食者的数量，y 表示捕食者的数量。被捕食者是捕食者的唯一食物来源。所以，如果$x=0$，则捕食者的数量 y 将以 c 的速度按指数方式减少。如果$y=0$，被捕食者的数量 x 以 a 的速度按指数方式增长到无穷大。

由于洛特卡/沃尔泰拉系统有如下良好的动态性质，因而在各种领域中都有意义。

定理 5.7 [Hirsch/Smale (1974)p. 262]

洛特卡/沃尔泰拉方程(5.3.3.1)的每条轨迹都是封闭轨道[平衡点(y^*, x^*)和坐标轴除外]。

由此可见，这些封闭轨道都不可能是极限环。否则，趋向一个极限环的轨迹就不是封闭轨道。在$t=0$时的初始数量决定了哪一条封闭轨道描绘方程(5.3.3.1)的动态行为(参见图 5.20)。

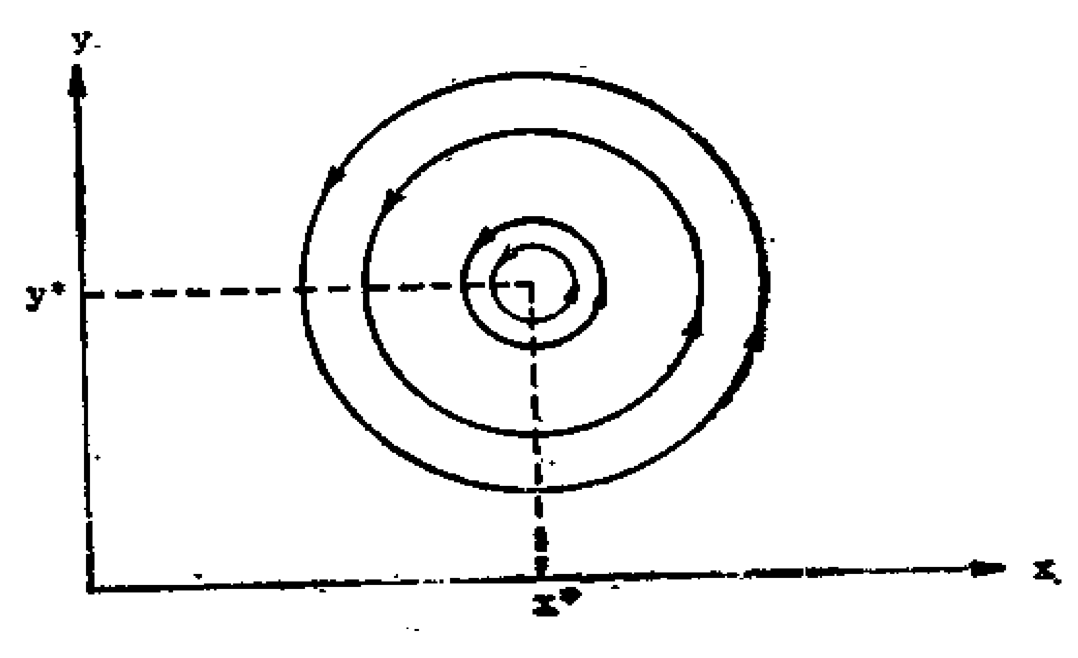


图 5.20

请注意，像(5.3.3.1)那样的捕食者—被捕食者模型的均衡点是稳定的，尽管不是在渐近意义上的：对于从均衡点的一个小位移，总存在围绕均衡点的一个领域U，$(v^*+\Delta v)\in U$，使得$v(t)\in U\ \forall t$，其中$v=(x,y)$。

这个生物种群之间的捕食者和被捕食者的关系已经促使戈德温(1967)建立一个阶级斗争模型，并且基本上形成了相同形式的框架。

让我们考察两种家庭：工人和资本家。工人花费他们的全部收入wL用于消费，而资本家则积累他们的所有收入$Y-wL$，其中Y是产出值。商品价格被标准化为1个单位。设K表示资本，$a=a_0e^{\phi t}=Y/L$表示按定常速度ϕ增长的劳动生产率，$N=N_0e^{nt}$表示按速度n增长的劳动力供给，最后设σ为资本产出率K/Y。

国民收入中工资收入所占份额为$wL/Y=w/a$。所以，利润所占份额为$1-w/a$。由于储蓄(等于利润)由$S=Y-wL=(1-w/a)Y$确定，所以投资为$\dot{K}=S=(1-w/a)Y$。那么资本存量的增长率由$\dot{K}/K=(1-w/a)Y/K=(1-w/a)/\sigma$给出。假如资本—产出比率是常数，就可得到$\dot{K}/K=\dot{Y}/Y$。按照定义，就业$L$由$Y/a$给出，所以

$$\dot{Y}/Y-\dot{L}/L=\phi \tag{5.3.3.2}$$

因此，$\dot{L}/L=(1-w/a)/\sigma-\phi$。设$\mu=w/a$为劳动所得份额，$v=L/N$为就业率。通过对数的微分得到

$$\begin{aligned}\dot{v}/v&=\dot{L}/L-\dot{N}/N\\&=\dot{Y}/Y-\phi-n\\&=(1-w/a)\sigma-(\phi+n)\end{aligned}$$

$$=\frac{1-u}{\sigma}-(\phi+n) \qquad (5.3.3.3)$$

和

$$\dot{u}/u=\dot{w}/w-\dot{a}/a=\dot{w}/w-\phi \qquad (5.3.3.4)$$

再次假定工资率按照一个菲利普斯曲线关系发生变化，即

$$\dot{w}/w=f(v),\ \lim_{v\to 1} f(v)=\infty,\lim_{v\to 0} f(v)$$

$$=w<0,\ \frac{\partial f}{\partial v}>0. \qquad (5.3.3.5)$$

根据 $\dot{w}/w=-\gamma+\rho v$ 对(5.3.3.5)式进行线性近似，即得

$$\dot{u}/u=-\gamma+\rho v-\phi \qquad (5.3.3.6)$$

方程(5.3.3.3)和(5.3.3.6)构成了一个两微分方程的系统，并且确实具有和洛特卡/沃尔泰拉方程(5.3.3.1)形式相同的结构：

$$\dot{v}=(1/\sigma-(\phi+n)-u/\sigma)v$$

$$\dot{u}=(-(\phi+\gamma)+\rho v)u \qquad (5.3.3.7)$$

其中就业率 v 作为被捕食者，而工资总额所占份额起到捕食者的作用。从直观上看这种关系是相当合理的：设 $v\to 0$，即完全没有就业机会，那么当然工资总额也变成为零。另一方面，如果工资总额趋向于零，就业率将会由于没有相应的劳动成本而增加。

幸运的是，该系统的动态性可以方便地用图形来表示。[①] 由两个方程相除消去时间变量，则有

$$\frac{dv}{du}=\frac{(1/\sigma-(\phi+n)-u/\sigma)v}{(-(\phi+\gamma)+\rho v)u}$$

① 在此介绍的内容和戈德温提出的模型稍有不同，并且是根据 Clark (1976)进行修改的。

$$\Longrightarrow dv(-(\phi+\gamma)/v+\rho)vu=du((1/\sigma-(\phi+n))/u-1/\sigma)\ vu$$

$$dv\left(-\frac{(\phi+\gamma)}{v}+\rho\right)=du\left(\frac{1/\sigma-(\phi+n)}{u}-1/\sigma\right) \quad (5.3.3.8)$$

两边积分则得

$$-(\phi+\gamma)\ln v+\rho v=(1/\sigma-(\phi+n))\ln u-u/\sigma+c \quad (5.3.3.9)$$

其中 c 是积分常数。利用引入一个虚拟变量 z，(5.3.3.9)两边可以分别表达，即

$$z=-(\phi+\gamma)\ln v+\rho v, \frac{dz}{dv}=-(\phi+\gamma)/v+\rho \quad (5.3.3.10)$$

$$z=(1/\sigma-(\phi+n))\ln u-u/\sigma+c,$$
$$\frac{dz}{du}=(1/\sigma-(\phi+n))/u-1/\sigma \quad (5.3.3.11)$$

相对原点而言，方程(5.3.3.10)和方程(5.3.3.11)分别是凸的和凹的(参见图5.21)，这一点很容易论证。

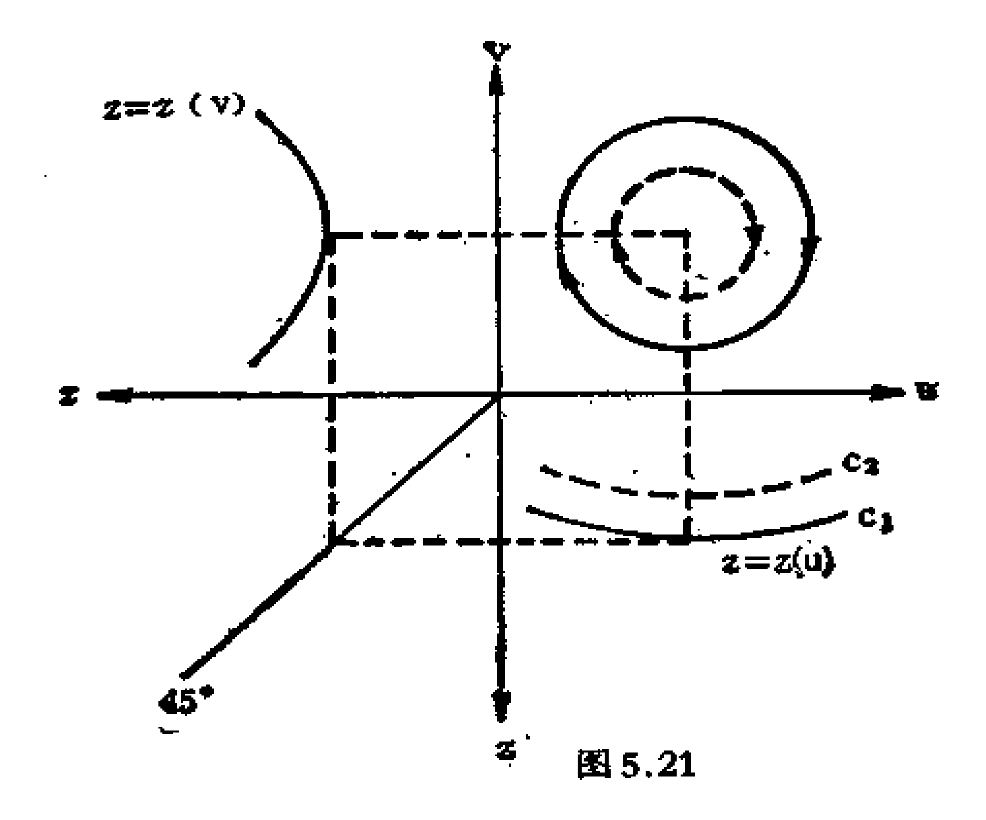


图5.21

通过分析(5.3.3.10)和(5.3.3.11)的斜率可以看出，这两个函数的极值正好是(5.3.3.7)的均衡值。从v—z相平面上的任意一点v开始，满足同步方程系统(5.3.3.7)的相应u值可以通过45°直线上相等的Z值找到。无论通过图形构造还是由上述定理都可以验证，满足方程系统(5.3.3.7)的$u-v$组合就在一个封闭轨道上。由(5.3.3.7)可见，在轨道上变化的方向显然是顺时针的。改变(5.3.3.9)中的积分常数c可以构造出整个轨道簇，c与v和u的不同初始值有关。

戈德温的方法在经济周期理论家中已经赢得了良好的声誉。迪塞(1972)加入了价格的动态性，并且研究了变量σ的影响。① 在一篇令人感兴趣的文章中，维卢毕莱(1979)广泛地考察了戈德温模型稳定性的性质。除了该模型结构不稳定性的严格条款外，② 维卢毕莱还研究了放弃戈德温原始内容中非利普斯曲线关系的线性性的情况。其结论是，在上述函数(即$\dot{w}/w=f(v)$)中，引入非线性不会改变该模型的动态性质。③ 弗拉雪尔(1984)考虑了戈德温模型的一种扩展形式，它考虑了可变的商品价格和货币幻觉。从中可以看出，原始的戈德温模型实际上是这种扩展形式的一个特例——一种货币幻觉参数的一样分歧点。范·德·普劳伊格(1983，1985C)把捕食者—被捕食者模型作为后凯恩斯增长理论的一个实例，将其与标准的新古典增长理论进行比较。该模型的一个

---

① 然而，正如Velupillai(1979)所指出的，迪塞的文章有些概念不清。迪塞的稳定性概念是指渐近稳定性，而这对于上述封闭轨道的情形是不合适的。

② 特别参阅第6章。

③ 在戈德温模型中，菲利普斯曲线的影响还可参考Flaschel/Krüger(1984)。

两段形式可以在佐藤(1985)的著作中找到。波赫约拉(1981)研究了戈德温模型的一种一维离散时间形式，并认为在这种模型形式中产生混沌时间轨迹是有可能的。①

从物理、化学和生物学的例子显然可以看出，上述动态行为并不局限于两维的情况。②例如，艾根/温克勒(1975)给出了一个多阶段捕食者—被捕食者过程的数字运算例子(见图5.22)。

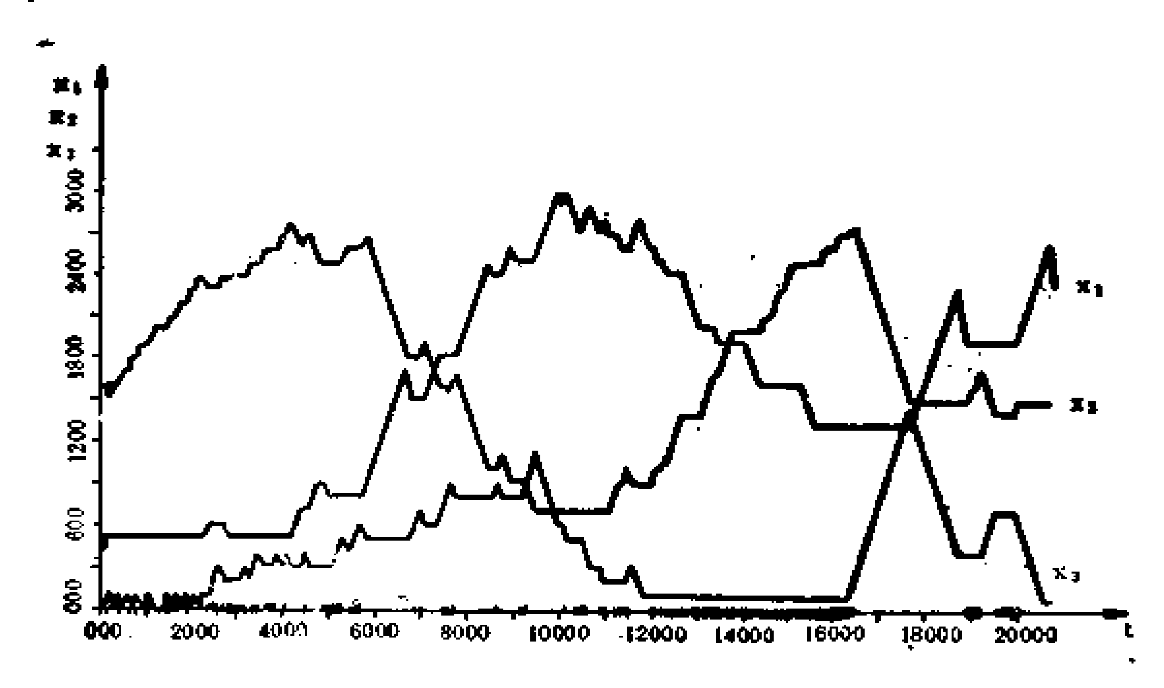


图 5.22 一个多阶段捕食者—被捕食者过程

[资料来源] Eigen/Winckler (1975), p. 115.

尽管戈德温模型和洛特卡/沃尔泰拉的捕食者—被捕食者系统在形式上的一致性只给出了阶级斗争和竞争种群的斗争之间表面上的相似性，然而，反映就业率和工资总额份额(相应地"利润率")的相互作用的戈德温模型使人们想起了传统的"政治经济学"模型。其实，戈德温模型常被称为"新马

① 混沌动态性的介绍见第6.1.2节。

② 还可参见 Samuelsou (1971)。

克思模型”,①该模型和其他剑桥经济学家(如斯拉法)的工作重新激发了对古典经济学家(如李嘉图、斯密或马克思)的工作的兴趣。从经济周期理论的观点看，在古典经济学中动态性的作用特别值得注意。杜梅尼和列维已经在一系列文章[如Dumenil/Levy(1985，1986)]中强调指出：以往用均衡状态的概念来识别古典经济学，只是在这些经典著作假设动态过程收敛到均衡状态的意义上才是正确的。由于强调过程要经历很长的时间，而且在实际生活中总是存在干扰因素，所以实际的经济(按古典经济学的这种解释)更多地是以非均衡状态而不是以均衡状态为特征的。

此外，在古典经济学中，这些模型的形式结构并不排除周期行为的可能性，并且收敛到均衡状态的假设看来好像是一般分析中的一个特例。②古典思想的这种解释可能会成为动态经济学未来研究的一个主要焦点，而且至少相对于有争议的解释——以新古典(均衡状态)宏观经济学的形式(参见第4章)——而言会更有意义。

萨缪尔森(1971，1972)还讨论了戈德温模型中严格的不稳定性质。原始的戈德温模型是一个所谓的保守系统，即系统可以被认为既没有遇到某种(磨擦)阻力，也没有利用外部力量的作用而产生的能量放大效应。通过引入规模收益递减的概念，萨缪尔森把保守的戈德温模型变成一个耗散系统，即当外部驱动力趋向于零时，系统将退化为一个非振荡的不

① 由于一些剑桥经济学家对马克思思想的偏爱，有时也将其称为“新凯恩斯模型”或“后凯恩斯模型”。

② 关于其他基于传统思想的模型，可参阅Flaschel/Semmler(1985)和Medio(1980)。

动点。

黎纳德——范·德·玻尔方程

5.3.4.1极限环的唯一性

除了上节介绍的捕食者—被捕食者模型之外，只有很少几个显而易见的非线性动力系统的轨迹是能精确地加以叙述的。在物理学中已经产生影响的一个动态非线性系统是所谓的广义黎纳德方程①

$$\dot{x}=y-f(x) \qquad (5.3.4.1)$$
$$\dot{y}=-g(x)$$

或

$$\ddot{x}+f'(x)\dot{x}+g(x)=0 \qquad (5.3.4.2)$$

该方程表达了一个弹簧质量系统的动态性，$g(x)$是弹簧的弹力，$f'(x)\dot{x}$是一个阻尼因子。范·德·玻尔方程是黎纳德方程的一种特殊形式，其中$g(x)=x$和$f(x)=(x^3/3-x)$，即

$$\ddot{x}+(x^2-1)\dot{x}+x=0 \qquad (5.3.4.3)$$

黎纳德方程(5.3.4.2)在动态系统理论中具有特殊的意义，因为根据其对极限环的唯一性进行论述是有可能的。对方程(5.3.4.2)，莱文森/史密斯(1942)给出了如下结果②

定理5·8 (Levinson/Smith)

如果下列条件得到满足，则方程(5.3.4.2)有一个唯一的周期解。

(1) f'和g属于C^1。

(2) $\exists x_1>0$和$x_2>0$，使得对于$-x_1<x<x_2$，

---

① Hirsch/Smale (1974), p. 215 and Boyce/DiPrima (1977), pp. 447ff.

② Levinson/Smith (1942), p. 397f.

$f'(x)<0$，否则$f'(x)>0$。

(3) $xg(x)>0 \forall x \neq 0$

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} F(x) = \lim\limits_{x\to\infty} G(x) = \infty$，其中 $F(x)=\int_0^x f'(x)dx$，

$G(x) = \int_0^x g(x)dx.$

(5) $G(-x_1)=G(x_2)$

如果 $f'(x)$ 是偶函数而 $g(x)$ 是奇函数，则条件 (5) 得到满足。①

该定理似乎有相当多的人为性质，但正如下面将看到的，与前面的微分方程系统相比，只有假设条件 (5) 或多或少地反映了 (5.3.4.2) 的严格要求。

不难看出，范·德·玻尔方程(5.3.4.3)满足莱文森/史密斯定理的要求。②

推论(Hirsch/Smale)范·德·玻尔方程(5.3.4.3)有一个非平凡周期解，而且每一个非均衡态的解都趋向这个周期解。因此，系统是振荡的。

此推论的证明就是简单地验证条件(1)—(5)：

(1) 显然

(2) 设 (x^2-1) 的根为 $x_{1,2}=\pm\sqrt{1}$，则$f'(x)<0 \forall x \notin (-|x_1|,|x_2|)$

(3) $x(gx)=x^2>0 \forall X \neq 0$

(4) $F(x)=\int_0^x f'(x)dx = x^3/3-x$且$G(x)=\int_0^x xdx = x^2/2.$

---

① 一个函数是偶函数若$f(x)=f(-x)$，如以原点为中心的抛物线函数。一个函数是奇函数若$-g(x)=g(-x)$，如一个三次方程。

② Hirsch/Smale (1974), p. 248，他们没有利用莱文森和史密斯的证明，而是自己提出了一个独特证明。

所以，$\lim\limits_{x\to\infty} G(x) = \lim\limits_{x\to\infty} F(x) = \infty$

(5) $f'(x) = (x^2 - 1) = f'(-x) = ((-x)^2 - 1)$.

$-g(x) = -x = g(-x) = -x$

图 5.23 和图 5.24 给出了范·德·玻尔方程极限环的两个图形例子。① 设 $f'(x) = a(x^2 - 1)$，则可以看出对于变化的 a 值，例如在图 5·23 和图 5·24 中 $a_1 < a_2$，极限环的形状在几何图形上可以和圆相差甚远。

作为黎纳德方程的卡尔多模型

黎纳德–范·德·玻尔方程在经济周期理论中引起的关注相对要小一些。这可能是由于受到应用莱文森/史密斯定理所必需的对称性假设或性质的限制。最早应用黎纳德方程

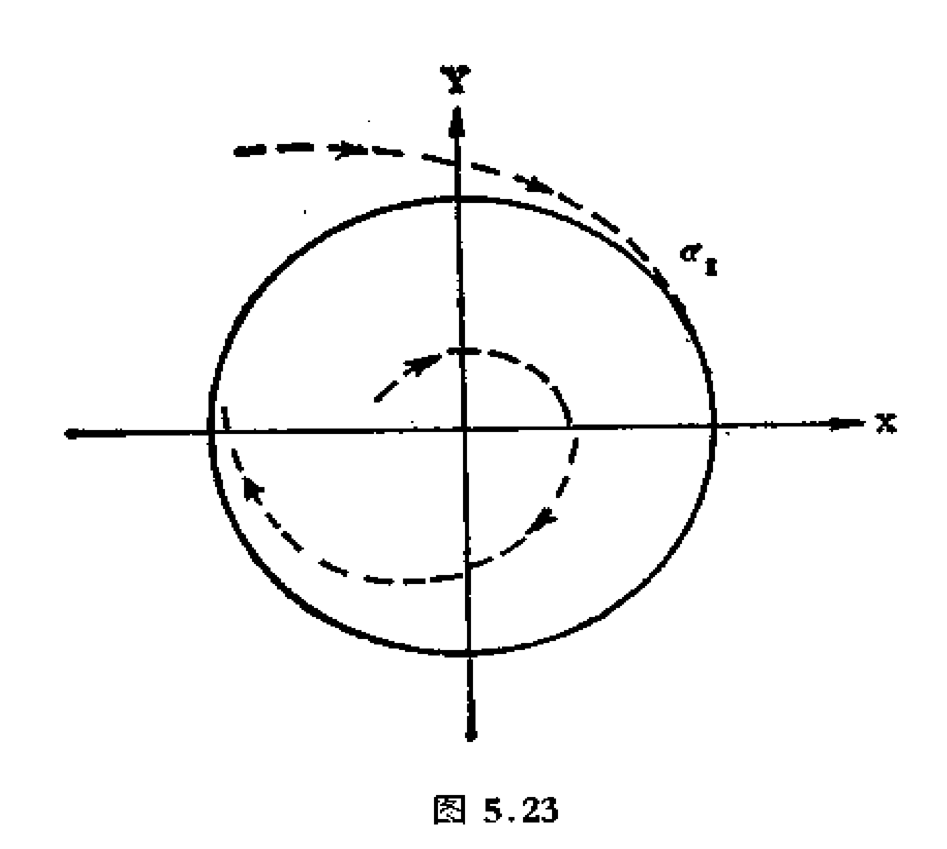


图 5.23

① 关于数据精确的图形见Boyce/DiPrima(1977)，p. 448.

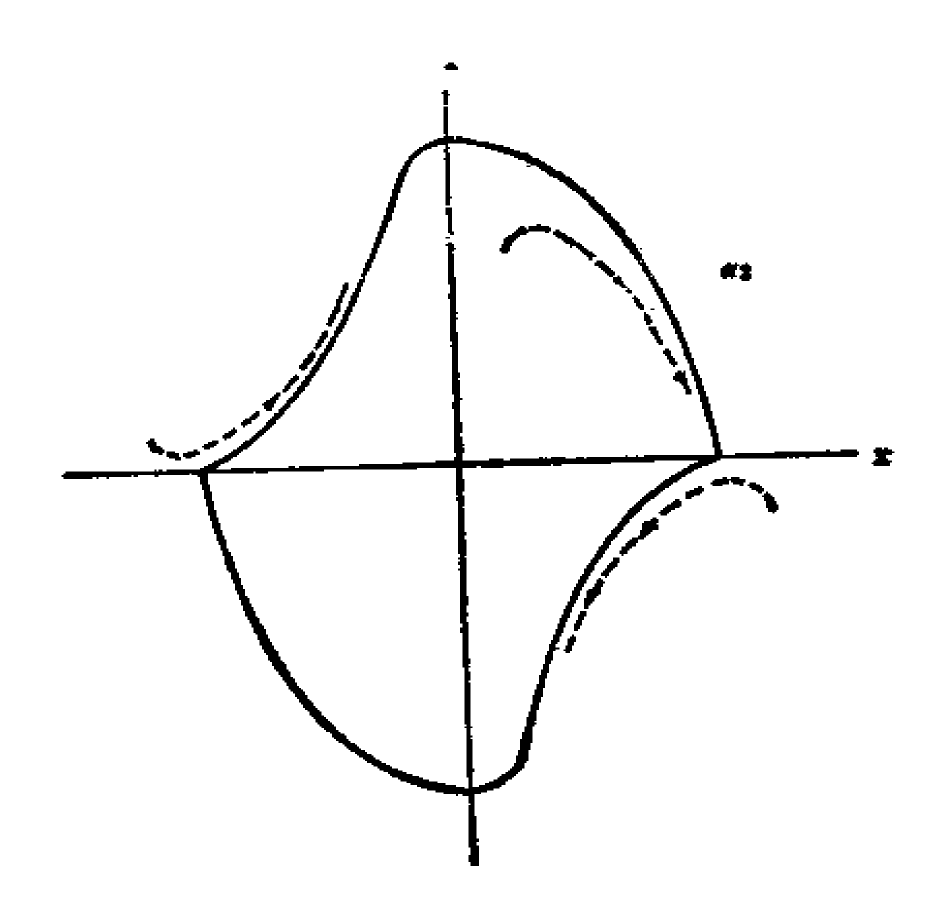


图 5.24

的一个模型是由市村(1955)提出的，他考察了当时最流行的经济周期理论，即卡尔多、戈德温和希克斯的理论。自然，他的结论是，在没有做进一步假设的情况下，在这些模型中不可能找到一个唯一的极限环，或者根本就不存在这样的极限环。另一个模型是由西纳斯(1981)提出的，他在一个*IS*-*LM*框架中研究了货币政策的效果，并得出结论，在一定的假设下存在一个唯一的极限环。

为了举例阐明必要的假设，我们要再次考察卡尔多模型。卡尔多模型的常/史密斯形式如下：

$$\dot{Y}=\mu(I(Y,K)-S(Y,K))$$
$$\dot{K}=I(Y,K) \tag{5.3.4.4}$$

其中 $I_K<0, S_K>0$，且依赖于 Y 的投资和储蓄函数分别是 S 形的和镜对称的 S 形的。

将商品市场调整方程对时间求微分即得

$$\ddot{Y}=\mu\ (I_Y\dot{Y}+I_K\dot{K}-S_Y\dot{Y}-S_K\dot{K}) \tag{5.3.4.5}$$

代入 $\dot{K}$ 并重新整理后得到

$$\ddot{Y}-\mu(I_Y-S_Y)\dot{Y}-\mu(I_K-S_K)I(Y,K)=0 \tag{5.3.4.6}$$

方程(5·3·4·6) 和 (5.3.4·2)的比较表明，(5.3.4.6)不是一个黎纳德方程，因为资本存量仍然是第二个变量。① 要把(5.3.4.6)变成一个黎纳德方程，至少有两种方法：

(1) 投资与资本存量无关，即 $I=I(Y)$。这样，储蓄函数的移动将是导致循环出现而不是单调运动的唯一因素。

(2) 计划性投资依然如故，但资本存量的实际变化由储蓄决策确定，即 $\dot{K}=S$。在这种情况下储蓄也必须与资本存量无关。

另外，在这两种情况下，都必须假定表达式 (I_K-S_K) 和资本存量无关，即投资和储蓄是 K 的线性函数。

下面只考虑上述第二种情况。② 根据上述调整，方程(5.3.4.6)变成

$$\ddot{Y}-\mu(I_Y-S_Y)\dot{Y}-\mu I_K S(Y)=0 \tag{5.3.4.7}$$

方程(5.3.4.7)是一个黎纳德方程，其中 $f'(x)\cong\mu(S_Y-I_Y)$ 和 $g(x)\cong-\mu I_K S(Y)$. 为了验证莱文森/史密斯定理的条

---

① 由于这个原因，西纳斯(1981)所研究的方程[如方程(15)]不满足黎纳德方程的要求，尽管他本人不这么认为。

② 这基本上是市村(1955)提出的作法。不幸的是在他的运算中有一些小错误。

件，可进行一次坐标变换使静态均衡点为系统的原点：

$$\dot{y}=\mu(i(y,k)-s(y)) \tag{5.3.4.8}$$

$$\dot{k}=s(y)$$

或

$$\ddot{y}-\mu(i_y-s_y)\dot{y}-\mu i_K s(y)=0 \tag{5.3.4.9}$$

设 y_1和y_2是从静态均衡点的位移，在 y_1和 y_2处投资函数和储蓄函数的斜率相同。

由假设可知，条件(1)满足，由于通常的卡尔多型函数，对于$y\in(y_1,y_2)$，$f'(y)=\mu(S_y-i_y)<0$，条件(2)满足。(3)由假设，对于$y\gtrless 0$ 和$-i_K>0\forall y$ 有$S(y)\gtrless 0$由此得到，$g(y)y=\mu(-i_K)S_{(y)}y>0\forall y\neq 0$ 成立。(4) $F(y)=\int_0^y\mu(S_y-i_y)dy=\mu(S-i)$，因此显然有$\lim\limits_{y\to\infty}F(y)=\infty$,$G(y)=\int_0^y\mu(-i_p)Sd_y=\mu(-i_k)\int_0^y Sdy$,由于对于$y>0$, $S(y)$是非减函数，所以$\lim\limits_{y\to\infty}G(y)=\infty$。

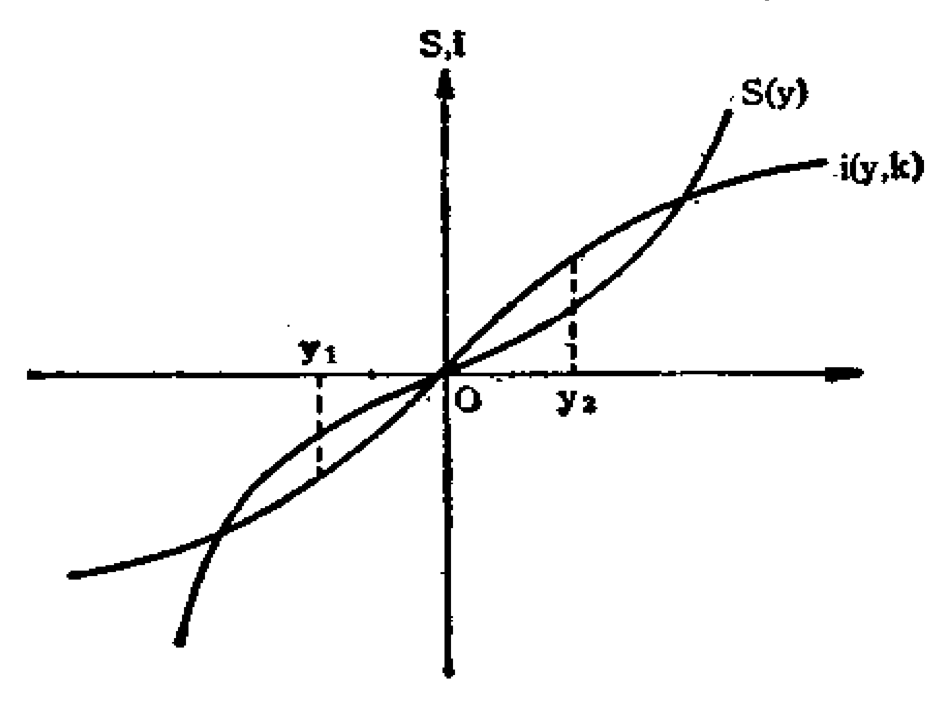


图 5.25

(5)考虑图 5.25 中差值(S_y-i_y)的形状。

显然，为了成为一个偶函数，$f'(y)=\mu(S_y-i_y)$对于$y=0$必须是对称的。另外，若S_y在$S_{(y)}=-S_{(-y)}$的意义不是对称的，那么$g_{(y)}=\mu(-i_k)S_{(y)}$是奇函数。由$f'_{(y)}$是偶函数和$g_{(y)}$是奇函数，条件(5) $G(-y_1)=G(y_2)$得到满足，因此存在一个唯一的极限环。

在这个经过调整的卡尔多模型中，尽管条件(1)—(4)并不要求附加的假设，然而，如果要在该模型中应用莱文森/史密斯定理来寻找一个唯一的极限环的话，对于条件(5)就有必要假定投资函数和储蓄函数为对称形状。如果图 5.26 中的图形相应于一个抛物线函数（例如y^2-a），那么，黎纳德方程(5.3.4.9)具有范·德·玻尔方程的特殊形式，其中

$$\mu(s_y-i_y)=(y^2-a)/a=f'(y) \qquad (5.3.4.10)$$

如上所述，该方程有一个唯一的极限环。

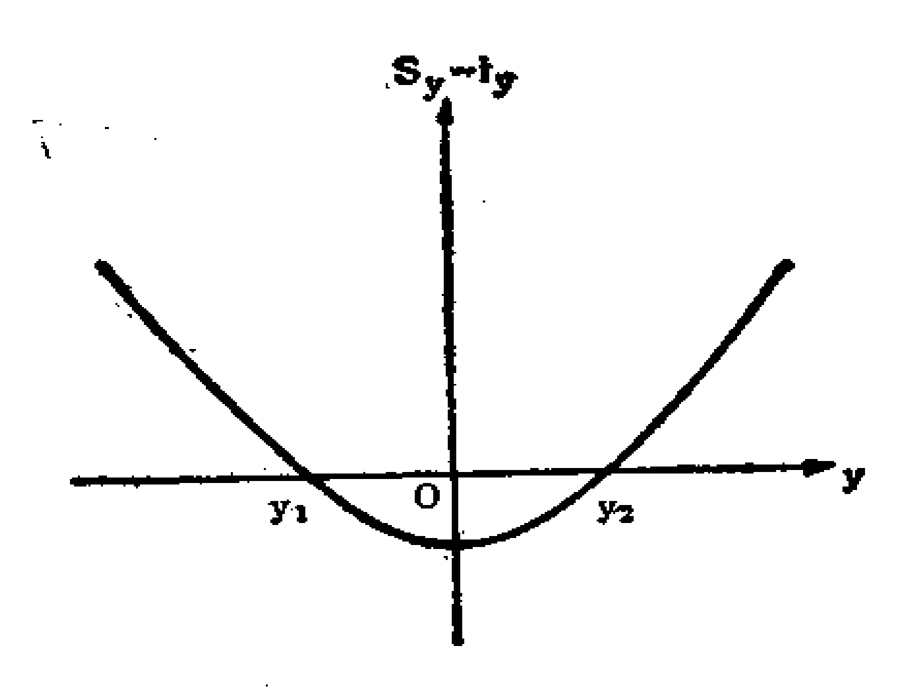


图 5.26

即使在这个简单的卡尔多型模型中，为确定一个唯一的极限环所必需的限制性假设表明，在非线性经济周期模型中，排除极限环的多重性往往是困难的。因此，在大部分非线性模型中，在(或收敛到)一个封闭轨道上的运动对初始状态的非依赖性是无法确定的。



动态系统理论的新进展

前面几章所描述的模型已经采用了数学方法展开分析，这些数学方法实质上属于当今动态系统理论标准的基础知识。尽管庞加莱一本迪克逊定理、范·德·玻尔方程或黎纳德方程的特例等已经在工程问题中应用了相当长的时间，但这些概念被引入经济学中时却显得有些新奇。在这个意义上，把第5章所采用的方法称之为传统方法也许是合适的。

尽管在本世纪上半叶，振荡现象主要只是引起工程师们的注意（尤其是在电路装置方面），但60年代中期以来，数学家和科学家们做了大量的工作，已超越了人们所熟悉的传统特性，对动态系统有了新的认识，进而开拓了动态系统理论在不同学科中新的应用领域。在越来越多地应用高速大型计算机的有力推动下，发现了大量传统方法无法处理的动态现象。而且，不同领域中的实际问题使人们清醒地认识到数学的动态系统理论并不尽如人意。例如，对于物理学中激光装置的相变(Phase fransitions)，生物学和化学

中的形态发生现象（Morphogenesis），化学中远离平衡态的热力学现象以及物理学和气象学中的湍流现象等问题，运用规范的方法进行分析已经难以胜任。E. N. 洛伦兹在气象学中湍流问题上的先驱性工作和R.汤姆对形态发生的研究，推动了微分拓扑数学领域的复兴，尽管这种复兴还远没有完成。虽然现代动态系统理论的科学前景尚不明朗，但这一理论的某些成果如分叉理论、突变论、协同学或混沌理论等对经济动态学和经济周期理论的分析将产生重大影响。尽管在很多情况下还不可能把这些方法（如在物理学中运用的方法）直接应用于经济学，但这些方法至少表明了在大量可能的复杂行为中应用普通经济周期理论的常用方法的局限性。

由于这些新进展的数学内涵包括大量的定义、定理和概念，因而它们已超出了本书的范围，而且本书作者也难以提出一个令人满意的数学综述。因此，本书将致力于阐明其基本思想，并强调那些对在经济分析中有意运用数学理论技巧的经济学家而言十分重要的性质。

动态系统和变换

本章的中心内容是分叉（bifurcation）。一般而言，“分叉”是指一个动态系统的解所发生的定性变化。本节主要讨论由外生给定参数变化所引起的分叉现象，如一个稳定的不动点分离成两个不动点或分裂成一个极限环的情形。为使一些概

念更加精确，① 设微分方程系统为：

$$\dot{x}=f(x,\mu),\ x\in A\subset R^{n},\ \mu\in R \tag{6.1.1}$$

其中，x 表示状态变量向量，μ 是一个外生给定参数。设 $x(t, x_0,\mu)$ 是(6.1.1)的一个解。对应于控制参数 μ 的不同值的两个解 $x(t,x_0,\mu_1)$ 和 $x(t,x_0,\mu_2)$ 被称为是等价的，如果相应的轨迹有相同的拓扑结构（例如，如果对应于 μ 的微小变化，两条轨迹形成两条相互靠近的封闭轨道）。如两个解是等价的，系统(6.1.1)就被称为是结构稳定的。

有可能存在像(6.1.1)这样的系统，它只在参数 μ 的某些区间是局部结构稳定的。设 S 是使系统 (6.1.1) 结构稳定的所有 μ 的子集R⊂R。其余集 B=R/S被称为分叉点集合。

综上所述，使方程 (6.1.1) 的流不是结构稳定的一个值 μ_0 是 μ 的一个分叉值。②

前面几章已几次提到过结构不稳定系统的问题。由于在实际应用中历来难以肯定经济学中变量和常量的绝对数量上的精确性，因此，弄清所假设的值产生的微小偏差是否能保持模型的定性特征不发生变化是非常重要的。对于一个具体的模型来说，重要的是要知道模型是否对所有的 μ 都是结构稳定的，或者，如果不是，则要知道分叉值是什么。

鉴于第 5 章介绍的传统方法没有在动态模型中分析可能出现的周期性行为，下面将介绍用于研究动态模型的分叉理论的一些概念。在介绍了对经济周期理论最有意义的概念——Hopf分叉之后，本章将对用于其他动态现象而不是极限

① 下述概念的一个综述参见Cugno/Montrucchio（1984)。

② 见Guckenheimer/Holmes(1983), p. 119, 该文还阐述了此定义所隐含的限制。

环的分叉理论作一个概述。

Hopf分叉

标准的经济周期理论所关心的问题是，如何通过基本上协调运转的动态系统来解释主要变量的可观测的实际波动。只要能够确定极限环或其他周期轨道的存在性，那么无论是线性加速数模型还是第五章所介绍的模型都可以用于讨论经济周期。这些模型被严格地限制于二维的情况，而连续时间系统的Hopf分叉定理则可以普遍地用于确定 n 维情况下的封闭轨道的存在性。然而，由于离散时间形式只对 $n=2$ 有定义，因此下面对两种形式分别进行介绍。

连续时间情况下的Hopf分叉

设连续时间系统为

$$\dot{x}=f(x,\mu),\ x\in R^n,\ \mu\in R \tag{6.1.1.1}$$

假定对每个 μ，系统都有唯一的固定点 x^*，即一个平衡点，使得

$$\dot{x}=0=f(x^*,\ \mu) \tag{6.1.1.2}$$

如果雅可比行列式不等于零，由隐函数定理可得 $x^*=x^*(\mu)$。

假定对参数 μ 的某个微小值，这个不动点是稳定的。Hopf分叉的主题是，如果参数 μ 发生变化，相应的固定点 x^* 是否会丧失其稳定性，以及如该固定点变成不稳定的，又会有什么情况发生。

Hopf 分叉定理有几种不同形式，下面是古肯海曼/霍尔姆斯（1983）（p. 151ff）的缩写形式①

① 其他形式可参见Alexander/Yorke（1978）和Marsden/McCracken（1976）。

定理6.1 (Hopf)

假设系统(6.1.1.1)有一个平衡点 (x^*, y)，在平衡点有如下性质成立：

(1) (6.1.1.1) 的雅可比矩阵有一个纯虚数的特征值，并且没有其他实部为零的特征值。

这意味着有一条满足$x^*(\mu_0)=x^*$的平衡的光滑曲线$(x^*(\mu),\mu)$。雅可比矩阵的共轭复数特征值$\lambda(\mu)$，$\bar{\lambda}(\mu)$（在$\mu=\mu_0$为纯虚数）随着μ光滑地变化。如果另外还有

(2) $\frac{d(\mathrm{Re}\lambda(\mu))}{d\mu}\Big|_{\mu=\mu_0}>0$

则存在从$\mu=\mu_0$处的$x^*(\mu_0)$分叉的某些周期解，解的周期接近于$2\pi/\beta_0(\beta_0=\lambda(\mu_0)/i)$。

在$\mu=\mu_0$处使参数μ变大，原来稳定的固定点将丧失其稳定性，因为在越过虚数轴之后，实部$\mathrm{Re}\lambda$变成正的。图6.1说明了特征值的移动。

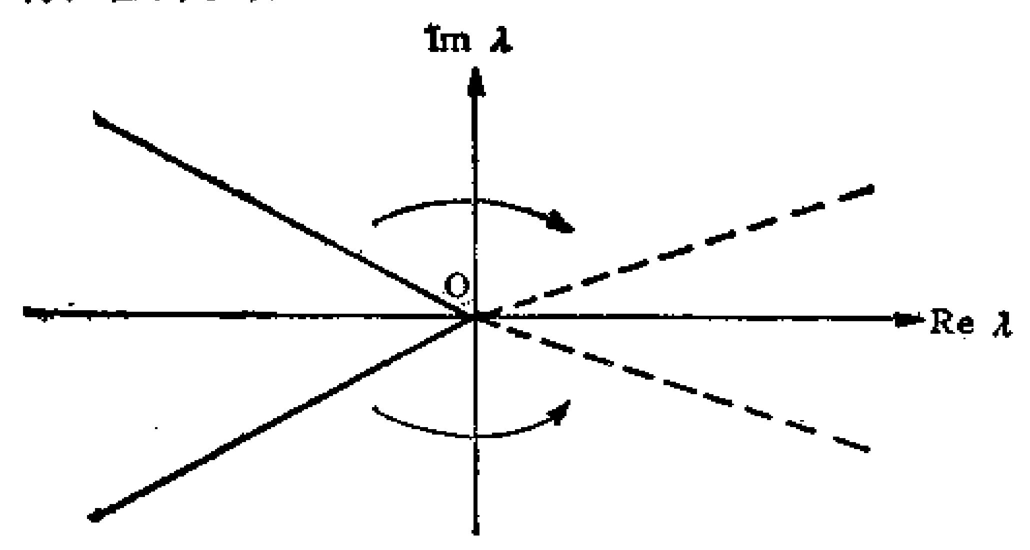


图6.1 Hopf分叉的特征值

但是请注意，上述定理并没有表明对于$\mu>\mu_0$确实存在

稳定的极限环。定理只确定在 $\mu=\mu_0$ 处该固定点分叉成一个极限环。其实，在μ_0的两边都可能出现闭轨道。

在 $\mu<\mu_0$ 处出现闭轨道的情形称为下临界情形（Subcritical case），即在稳定的固定点 $x^*(\mu)$ 周围有极限环，这意味着该轨道是排斥性的。图6.2显示了二维条件下的这一下临界分叉。μ 轴上的所有点表示系统的平衡点。对于$\mu<\mu_0$，闭轨道围绕着局部稳定的平衡点。从闭轨道的一个邻域中的初始值开始的轨迹都被从这些轨道排斥出去。对于$\mu>\mu_0$，平衡点变成不稳定的，而且没有轨道出现。

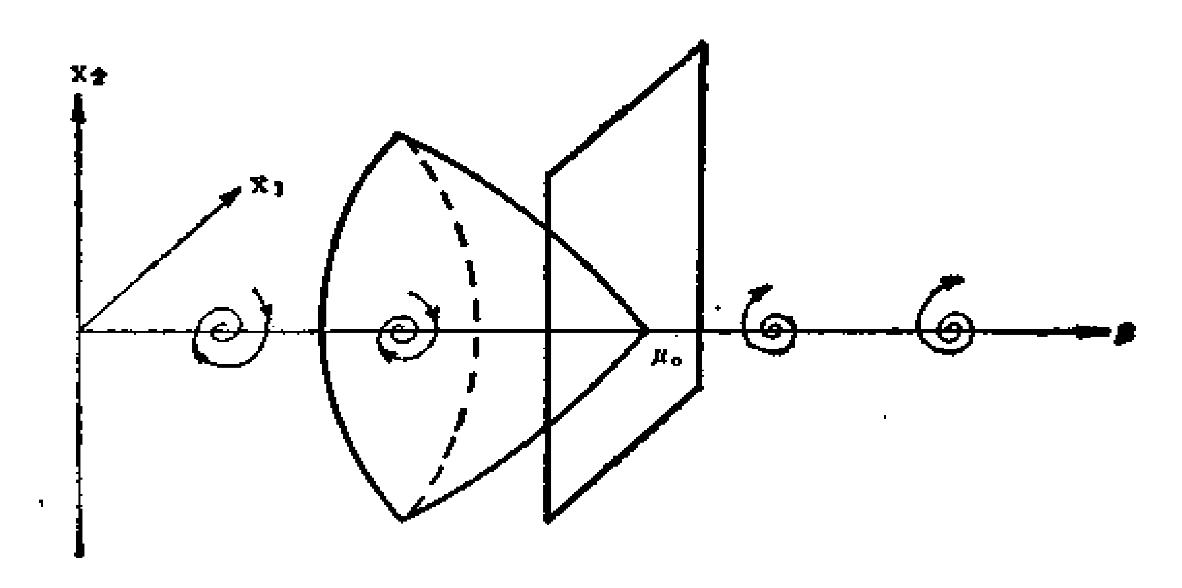


图 6.2　下临界情形

从经济学的观点来看，下述第二种情况更为重要。①在$\mu>\mu_0$的一边出现轨道，在那里不定点 $x^*(\mu)$ 是不稳定的。所以在这些上临界（Supercritical）分叉中轨道是吸收性的（参见图6.3）。

实际上会出现哪一种分叉取决于系统（6.1.1.1）的三阶

① 下临界分叉的经济学解释见Benhabib/Miyao（1981）。

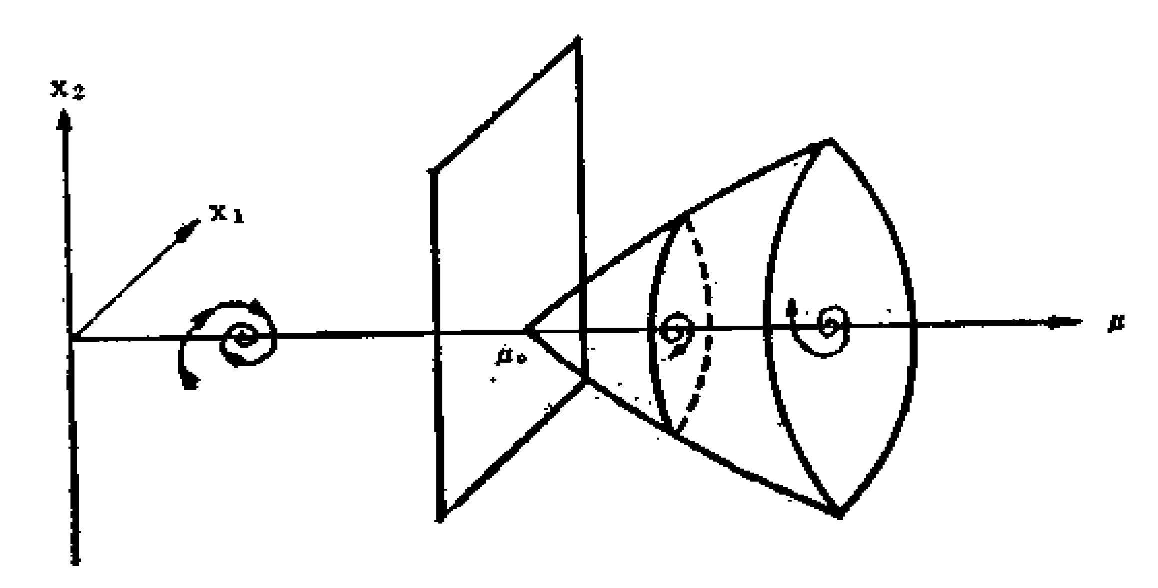


图 6.3　上临界情形

泰勒展开式的系数，一般来说，泰勒展开式并不容易计算，而且缺乏有经济意义的解释。①

因此，确定一个具体系统闭轨道存在性的充分条件是，对于控制参数 μ 的一个增量

——有复数根存在或出现；

——在分叉值 $\mu=\mu_0$ 处，共轭复数根的实部都等于零；

——在 $\mu=\mu_0$ 处，所有其他实根不等于零；

——对于 $\mu>\mu_0$ 实部不等于零。

在二维或三维系统的条件下，该标准还可以通过简单的代数形式加以应用。

设二维系统

$$\dot{x}=f(x,\mu),\ x\in R^2,\ \mu\in R \tag{6.1.1.3}$$

的特征方程为

$$\lambda^2+a\lambda+b=0 \tag{6.1.1.4}$$

① Guckenheimer/Holmes (1983), pp. 144-152.

不难得出：$a=-\text{trace } J$和$b=\det J$，其中J是雅可比矩阵。根据

$$\lambda_{1,2}=-a/2\pm\sqrt{a^2/4-b} \qquad (6.1.1.5)$$

稳定性条件可以直接加以讨论，即固定点局部稳定的充分必要条件是实部为负。由于为了排除鞍点的存在，b必须是正的（$\det J>0$），因此稳定性标准减少为一个条件：(6.1.1.4)的系数a是正的，即J的迹是负的。按照定理6.1，如果共轭复数根越过虚数轴，就会发生一个Hopf分叉。显然，如$a=0$，则根是实部为零的共轭复数。由于在这个二维的例子中没有其他实根，如果当μ增大到超过μ_0时，实部不等于零，即当$a=a(\mu)$时$\frac{da}{d\mu}>0$，则这样的分析就完整了，所以在$a(\mu_0)=0$处，该系统发生一个Hopf分叉。

三维情况略微困难些，但仍然是可计算的。其特征方程为

$$\lambda^3+a\lambda^3+b\lambda+c=0 \qquad (6.1.1.6)$$

其中　$a=-\text{tr}J$

$b=\Sigma J$的主子式

$c=-\det J$.

设$A=a^3/27-ab/6+c/2$和$B=b/3-a^2/9$。方程(6.1.1.6)有一个实根和一对共轭复根，如果(6.1.1.6)的判别式

$$D=A^2+B^3 \qquad (6.1.1.7)$$

是正的。

证明一个动态系统的局部稳定性的一个非常有用的标准是劳斯—赫尔威茨标准。① 在这个三维情况中，根的实部是负的，如果

① Dernburg/Dernburg (1969), pp. 214ff,

$$a,b,c>0 \quad 且 ab-c>0$$

根据

$$\sum_{i=1}^{3}\lambda_i=-a 和 \prod_{i=1}^{3}\lambda_i=-c.$$

可得：共轭复根的实部等于零，并且没有等于零的其他实根，如果

$$a,b,c>0 \quad 且 ab-c=0$$

因此，对于满足这些要求的一个μ_0，$n=3$的动态系统将出现Hopf分叉。

在$n\geq4$的更高维系统中，分叉值μ_0通常只能通过数值计算法来计算。

以上过程可以通过我们熟悉的卡尔多模型简述如下：

$$\begin{aligned}\dot{Y}&=\alpha(I(Y,K)-S(Y))\\ \dot{K}&=I(Y,K)-\delta K\end{aligned} \tag{6.1.1.8}$$

其符号的意义同前(参见第5.3.1节)。

雅可比矩阵为

$$J=\begin{pmatrix}\alpha(I_Y-S_Y) & \alpha I_K\\ I_Y & I_K-\delta\end{pmatrix} \tag{6.1.1.9}$$

其行列式为

$$\det J=\alpha(I_Y-S_Y)(I_K-\delta)-\alpha I_Y I_K>0 \tag{6.1.1.10}$$

矩阵的迹为

$$\mathrm{tr}J=\alpha(I_Y-S_Y)+(I_K-\delta) \tag{6.1.1.11}$$

如果$a=-\mathrm{tr}J>0\Longrightarrow \mathrm{tr}J<0$，则固定点是稳定的，这正是卡尔多模型中局部稳定性的通常条件：

$$\alpha(I_Y-S_Y)+(I_K-\delta)<0. \tag{6.1.1.12}$$

把商品市场上的调整系数 α 当作控制参数。由于在定常均衡时 $(I_Y - S_Y) > 0$，并且 I_K= 常数，则可以直接看出，存在一个值 $\alpha = \alpha_0$，使得

$$\alpha_0(I_Y - S_Y) + (I_K - \delta) = 0 \qquad (6.1.1.13)$$

这意味着共轭复根越过虚数轴。因为对于 $\alpha > \alpha_0$ 实根变成正的，所以 α_0 点确实是卡尔多模型的一个分叉值。如分叉是上临界的，那么对于增大到超过 α_0 的 α，将出现一个周期轨道。

在连续时间系统中分析极限环存在性的这种方法似乎是由托伦 (1977) 最先引入动态经济学的，他研究了一个标准的 IS-LM 模型

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= \alpha(I(Y,r) - S(Y,r)) \\ \dot{r} &= \beta(L(Y,r) - \overline{M}) \end{aligned} \qquad (6.1.1.14)$$

其中 r 是利率。由于 I_Y 和 L_Y 的符号相同，I_r 和 L_r 的符号也相同，该模型的结构在形式上和卡尔多模型 (6.1.1.8) 相似。尽管托伦没有对投资函数的形式做出明确的假设，然而在该模型中出现分叉的一个必要假设是在平衡点处有 $\alpha(I_Y - S_Y) > 0$，这可以通过一个 S 形的投资函数或一个等价形状的储蓄函数来实现。

Hopf分叉定理的其他应用可以在诸如本哈比西村 (1979) 和麦迪 (1986) 等人的研究中找到，他们探讨了最优增长模型的周期行为。

在二维条件下，运用分叉理论于已知模型实际上并没有给出任何新的东西。从卡尔多模型的示范中可以看出，对于闭轨道出现的必要假设在形式上和庞加莱-本迪克逊定理中的假设是一致的。然而，在许多应用中，运用分叉理论比运用庞加莱-本迪克逊定理也许更容易一些，因为要从图形上

找到必需的集合使得在其边界上向量场的点指向该集合里边，要比计算分叉值更加困难。

分叉理论的实际领域是维数大于或等于3的动态系统。在这种场合庞加莱-本迪克逊定理就再也派不上用场了，而且正如下面将要深入讨论的那样，分叉可能会导致非极限环的拓扑结构。

假设一个扩充的IS-LM经济周期模型：①

$$
\begin{aligned}
\dot{Y} &= \alpha(I(Y,K,r) - S(Y,r)) \\
\dot{r} &= \beta(L(r,Y) - \overline{M}) \\
\dot{K} &= I(Y,K,r) - \delta K
\end{aligned}
\tag{6.1.1.15}
$$

其中的符号具有通常的含义。该模型实质上是(6.1.1.8)和(6.1.1.14)的组合，并且似乎是凯恩斯传统理论中最简单的完整经济周期模型之一。

线性化系统的雅可比矩阵为

$$
J = \begin{pmatrix} \alpha(I_Y - S_Y) & \alpha(I_r - S_r) & \alpha I_K \\ \beta L_Y & \beta L_r & 0 \\ I_Y & I_r & I_K - \delta \end{pmatrix} \tag{6.1.1.16}
$$

其特征方程为

$$
\lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c = 0 \tag{6.1.1.17}
$$

且

$$
\begin{aligned}
a &= -\mathrm{tr}J = -(\alpha(I_Y - S_Y) + \beta L_r + (I_K - \delta)) \\
b &= \beta L_r(I_K - \delta) + \alpha(I_Y - S_Y)(I_K - \delta) - \alpha I_Y I_K \\
&\quad + \alpha\beta(I_Y - S_Y)L_r - \alpha\beta L_Y(I_r - S_r) \\
c &= -\det J.
\end{aligned}
\tag{6.1.1.18}
$$

为了保证在三个根中有一个实根和两个共轭复根，假定(6.

---

① 比较Boldrin (1984)的一个相似模型。

1.1.17）的判别式①总是正的。设 α 为控制参数。对于使得

$$a,b,c>0 \quad 且 ab-c=0$$

的一个值 $\alpha=\alpha_0$，出现Hopf分叉。如果根据假设，上述系数都是正的，那么在满足 $ab-c=0$ 的 $\alpha=\alpha_c$ 处，共轭复根越过虚数轴。可以看出，对于(6.1.1.18)中的系数，$ab-c=0$ 是 α 的一个二次函数。因此，从原理上说，α 有两个正的值是有可能的。如果 α_1和 α_2都是正的话，那么在$\alpha_1<\alpha<\alpha_2$的范围中必定会出现非极限环的其他动态现象。

由于对超过 α_0的正在增大的 α 来说，$ab-c$ 正在减小，②因此，实部为正，从而使固定点 $(Y,K,r)^*|\alpha>\alpha_0$ 变成不稳定的。所以，可以确定在 $\partial=\partial_0$ 处会出现极限环，其稳定性取决于环的下临界性或上临界性。

在动态经济系统中，对应用分叉理论做出最重要贡献的是本哈比/麦迪(1981)，他们重新考察了托宾的货币增长模型(该模型最早是在1965年提出的)，而他们表明该模型可以呈现周期行为。这个模型的一般形式是：

$$\begin{aligned}\dot{k} &= sf(k)-(1-s)(\theta-q)m-nk\\ \dot{m} &= m(\theta-p-n)\\ \dot{q} &= Q(p,q)\\ p &= e(m-L(k,q))+q \qquad (6.1.1.19)\end{aligned}$$

其中 k、m、q 和 p 分别是资本—劳动力比率、人均货币、预期的和实际的通货膨胀率，s、θ、e 和 n 分别是储蓄率、货币扩张率、通货膨胀率的调整速度和人口增长率。原始的托宾模型的特点是不稳定的定常状态和“爆发性”的动态行为，这

① 参考方程(6.1.1.7)。

② 由$\partial a/\partial\alpha<0$, $\partial b/\partial\alpha<0$和$\partial c/\partial\alpha>0$即得。

主要归因于完备预测的短期预期 q 的假设。如果预期的调整速度足够慢，那么具有适应性预期的广义模型(6.1.1.19)将呈现稳定的定常状态。模型的不同形式交替地导致定态的稳定模型或不稳定模型，对于托宾模型的讨论是必不可少的。基本上按照上述过程，班汉比和米耶也能够证明，如果表示预期调整速度的参数增大，则托宾模型将存在一个 Hopf分叉。所以，除了稳定模型之外，可能存在极限环使得广义托宾模型具有持续波动增长的特征。

离散时间情形的Hopf分叉

如前所述，在连续时间系统中一个固定点分叉成为一个闭轨道是E.霍普在 1942 年提出的独创性工作的主题。尽管连续时间系统在理论学科中起着重要的作用，但是计算机在复杂现象中的应用，使得从根本上用离散时间来描述一个问题成为必需。另外，经济问题也经常要求在离散时间上设计模型，因而就有必要对那些系统中的分叉进行论述。

下面的结果实质上是茹厄勒和塔肯斯(1971)① 提出的：

定理 6.2 (茹厄勒/塔肯斯)

设映射 $x_{t+1}=F(x_t,\mu)$，$x_t\in R^2$，$\mu\in R$，有固定点$x^*(\mu)$的一个光滑的族，在固定点处特征值是共轭复数。如果存在一个 μ_0 使得 $\text{mod}\lambda(\mu_0)=1$ 但 $\lambda^n(\mu_0)\neq\pm1$，$n=1,2,3,4$ 并且

$$\frac{d(\text{mod}\lambda(\mu))}{d\mu}>0$$

① 下面是Iooss (1979)和 Guckenheimer/Holmes (1983) 的一个简化形式。

则存在从 $\mu=\mu_0$ 处分叉的一条不变的封闭曲线。

这个定理和连续时间条件下的 Hopf 分叉定理的相似之处是显而易见的：在连续时间条件下，当特征方程根的实部消失时，均衡点丧失稳定性并且分叉成为一个极限环；相应地在离散时间条件下，相似的判据是，当特征根离开单位圆时，①即当 modλ 超过 1 时，均衡点丧失其稳定性。所以，确切地说，Hopf 分叉发生在满足 mod$\lambda(\mu_0)=1$ 的一个 μ_0 处。而且，要求根在单位圆上被迭代时不变成实数。最初的四个迭代 λ^n 还必须是共轭复数。最后，和连续时间条件下的情况相似，对于在 μ_0 处变化的 μ，根的模一定不是常数。②

和连续时间情形一样，这个简化的定理并没有表明分叉是上临界的还是下临界的，即对于是 $\mu<\mu_0$ 还是 $\mu>\mu_0$ 会出现不变的封闭曲线。③ 其实，不变曲线的稳定性还是取决于一个三阶泰勒展开式的参数。

考察该定理的假设是否被满足要相对容易些。特征方程为

$$\lambda^2+a\lambda+b=0 \tag{6.1.1.20}$$

其解为

$$\lambda_{1,2}=-a/2\pm\sqrt{a^2/4-b} \tag{6.1.1.21}$$

或，对复数情形，写为 $\lambda_{1,2}=\beta_1\pm\beta_2 i$，其中 $\beta_1=-a/2$，$\beta_2=\sqrt{b-a^2/4}$。由于根的模为$\text{mod}(\lambda)=\sqrt{\beta_1^2+\beta_2^2}$，因此在二维条件下，便有

① 当根都是实数时，主根必须绝对小于1(参见第 3.1.1.1节)。

② 回顾在连续时间情形中，对变化的 u，实部 Reλ必须变化。

③ 关于稳定性的详细内容见 Guckenheimer/Holmes (1983),pp. 162-165。

$$\mathrm{mod}(\lambda)=\sqrt{a^2/4+b-a^2/4}=\sqrt{b}. \tag{6.1.1.22}$$

所以，着重研究特征方程的不变项就足够了，在二维条件下，该项是雅可比矩阵的行列式。

作为一个例子，再次考察离散形式的卡尔多模型，仅由有限差分代替微分算子即得

$$\begin{aligned}\Delta Y_{t+1}&=Y_{t+1}-Y_t=\alpha(I(Y_t,K_t)-S(Y_t,K_t)\\ \Delta K_{t+1}&=K_{t+1}-K_t=I(Y_t,K_t)-\delta K_t\end{aligned} \tag{6.1.1.23}$$

或

$$\begin{aligned}Y_{t+1}&=\alpha(I(Y_t,K_t)-S(Y_t,K_t))+Y_t\\ K_{t+1}&=I(Y_t,K_t)+(1-\delta)K_t\end{aligned} \tag{6.1.1.24}$$

雅可比矩阵为

$$J=\begin{pmatrix}\alpha(I_Y-S_Y)+1 & \alpha(I_K-S_K)\\ I_Y & I_K+(1-\delta)\end{pmatrix} \tag{6.1.1.25}$$

其行列式为

$$\det J=(\alpha(I_Y-S_Y)+1)(I_K+1-\delta)-\alpha I_Y(I_K-S_K). \tag{6.1.1.26}$$

特征值是共轭复数，如果下式成立

$$\det J>\frac{(\mathrm{tr}J)^2}{4} \tag{6.1.1.27}$$

如该不等式成立，则在使得 $\det J|_{\alpha=\alpha_0}=1$ 的 $\alpha=\alpha_0$ 处发生分叉，即

$$(\alpha(I_Y-S_Y)+1)(I_K+1-\delta)-\alpha I_Y(I_K-S_K)=1$$

$$\Longrightarrow \alpha_0=\frac{\delta-I_K}{(I_Y-S_Y)(I_K+1-\delta)-I_Y(I_K-S_K)} \tag{6.1.1.28}$$

如分母是正的，则 α_0 是正的。

对于参数 α 的一个增量，特征根的模 $|\lambda(\alpha)|$ 的变化如下所示：

$$\frac{d|\lambda(\alpha)|}{d\alpha}\Big|_{\alpha=\alpha_0}=\frac{d(\sqrt{\det J})}{d\alpha}$$

$$=1/2((\alpha(I_Y-S_Y)+1)(I_K+1-\delta)-\alpha I_Y(I_K-S_K))^{-1/2}$$
$$((I_Y-S_Y)(I_K+1-\delta)-I_Y(I_K-S_K))$$

$$=\frac{\delta-I_K}{2\alpha_0}>0. \qquad (6.1.1.29)$$

因此，这意味着对于 $\alpha>\alpha_0$，特征值有大于 1 的模，即固定点变成不稳定的。所以，在 $\alpha=\alpha_0$ 处出现一个Hopf分叉。① 在没有考察(6.1.1.24)的三阶泰勒展开式的系数的情况下，由分叉得到的闭轨道的稳定性仍然无法阐明。然而，正如班汉比和米耶(1981)所指出的，在下临界分叉的情形(即轨道是排斥性的)，仍然能引起人们的一些兴趣。即对于单位圆内的初始点，相应的固定点 $\lambda^*(\alpha)$ 是吸收的。因此，单位圆可以被解释为使系统返回其平衡轨迹的所有初始点的边界。然而，单位圆之外的初始点将导致系统发散。这和莱奇哈福德(1973)提出的“通道稳定性”(*Corridor Stability*)的概念本质上是相对应的。

离散时间模型中的 Hopf 分叉在经济周期理论中很少应用。例如，卡诺和蒙特里奥(1984)研究了由成本加成定价关系扩充的戈德温“捕食者—被捕食者模型”的一种离散形式。在里奇林(1985)的文章中可以找到代际重叠的生产模型(Over-lapping generations model)。

---

① 当然，可以认为迭代 λ^* 仍然是共轭复数根。

卡尔多模型的两个在经济意义上等价的形式对应于不同的分叉值，这再次表明了一个众所周知的事实——离散时间系统和连续时间系统在行为方式上有很大差别。因此，强调在实际应用中参照手中的模型来进行分叉值的数值运算是重要的。由离散时间系统来近似一个连续时间系统(或者反之)，至少可能会导致数量上的不同行为。这在下一节探讨混沌运动时会变得更加明显，因为在那种情况下这样做可能会引起一种性质上不同的动态行为。

非线性与混沌运动

从E. N. 洛伦兹关于流体湍流的工作开始，非线性动态系统的一种特性已经引起了很多科学家的关注，这种特性被称为混沌或不规则运动。① 长期以来，对实际变量的可观测到的不规则和非调和的时间序列所进行的研究，一直都是通过附加外部随机影响构造基本规则和调和的时间轨迹模型来粗略地加以解释。但在很多场合，在极为复杂的条件下和可能影响结果的重要因素的数目未知的情况下，甚至构造这样的模型也是不可能的。一般来说，可能的最好作法只是给出一个随机性的描述。

当对极为复杂的实际时间序列的很多实际研究仍然处于这种进退维谷的境地时，某些非线性系统的混沌性质的发现给一些不规则性的研究带来了一线曙光。有关专家已经发现，对于函数的数字特性及其在每一个时点上的结果，绝对确定性的某些动态系统或许能够产生和纯随机数没有什么差异的

① Ott(1981)对混沌动力学作了一个较好的综述。

时间序列。而且，这些时间序列在很大程度上依赖于变量的初始值和参数的数字特性。两个初始值的微小偏差或参数的微小变化都可能导致完全不同的时间轨迹。

图 6.4 给出了混沌系统这种性质的一个例子。①当下面三个性质都成立时，一条轨迹就是混沌的：②

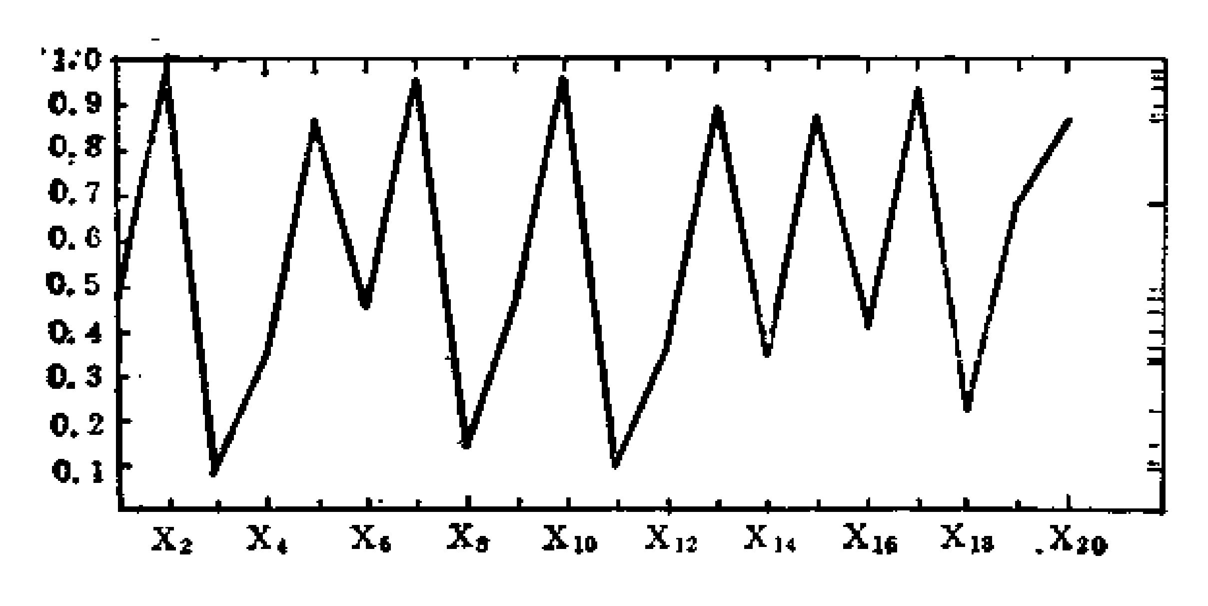


图 6.4 一个混沌的时间序列

〔资料来源〕 Li/Yorke(1975), p. 985.

—动态系统的每一条可能的轨迹都会运动到与其他任一轨迹任意接近的程度。

—无论两条不同的轨迹相互之间会多么接近，它们最终必定会分开。

—即使一条轨迹一时接近一个 k 阶的环，它也一定会从这个环移开。

显然，这种混沌性质和经济学也有某些关联。如果不能排

① 该图形是下面将介绍的"逻辑斯蒂"方程的轨迹。

② Day(1982), p. 408.

除所考虑的非线性经济模型对某些参数值具有一种混沌状态的话，那么或许以计量经济学估计为基础的较长期预测的合理性将受到严重的限制。实际上，要确定所有变量的精确初始值或所有被估计参数的精确值是不可能的；这些值的微小变化在混沌状态中经历一段时间之后，将导致完全不同的时间轨迹。甚至不同计算设备的给定精度在一段时间之后也可能会导致严重的发散。

大部分涉及混沌性质的现有经济模型都可以简化成一维动态系统的离散时间模型，这是因为二维的情况已经是很难处理了。然而，混沌不仅仅会在离散时间模型中出现，而且也可能是连续时间模型的一种性质，在连续时间模型中引入诸如奇怪吸引子(Strange attractors)这样的概念将发挥至关重要的作用。其实，在数学上，上述两种时间概念在概念上是可以联系起来的，这为实际经济工作揭示了某些重要的特性。

离散时间模型中的混沌

由于运用计算设备进行数值动态研究应该在离散时间上形式化，①因此在离散时间模型中对混沌性质的分析最令人瞩目。李/约克(1975)、马罗托(1978)、德雅蒙德(1976)和费根鲍姆(1978)的工作在这方面作出了重要的贡献。②

假设动态系统为

$$x_{t+1}=f(x_t,\mu),x_t\in R\ \ \mu\in R \tag{6.1.2.1}$$

---

① 当然，运用如龙格/库塔积分过程那样的算法从数字上研究连续时间系统也是可能的。然而，这些算法通常都是具有内在误差的近似形式。

② 所列举的只是一个概况。该主题的一个出色的介绍见Collet/Eckmann(1980)。

其中 x_t 是 t 时期内生变量的值，μ 是一个外生给定的控制参数。对混沌动力学最著名的贡献是梅(1976)的工作，他研究了(6.1.2.1)的几个特殊形式，例如

$$x_{t+1}=\mu x_t(1-x_t),x_t\in[0,1],\mu\in[0,4] \quad (6.1.2.2)$$

这就是所谓的逻辑斯蒂方程(Logistic equation)。

不难看出，对所有 $\mu\in[0,4]$，状态变量的区间[0,1]都投影到自身。① 为研究(6.1.2.2)的稳定性质，在图 6.5 中画一条 45° 直线(见图6.6)。显然，(6.1.2.2)的定常均衡点

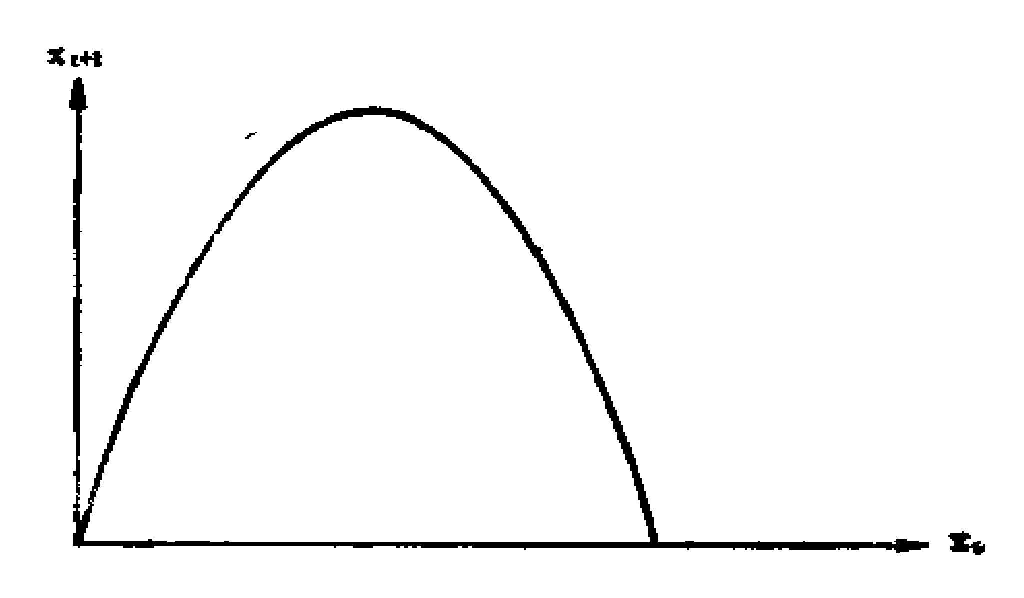


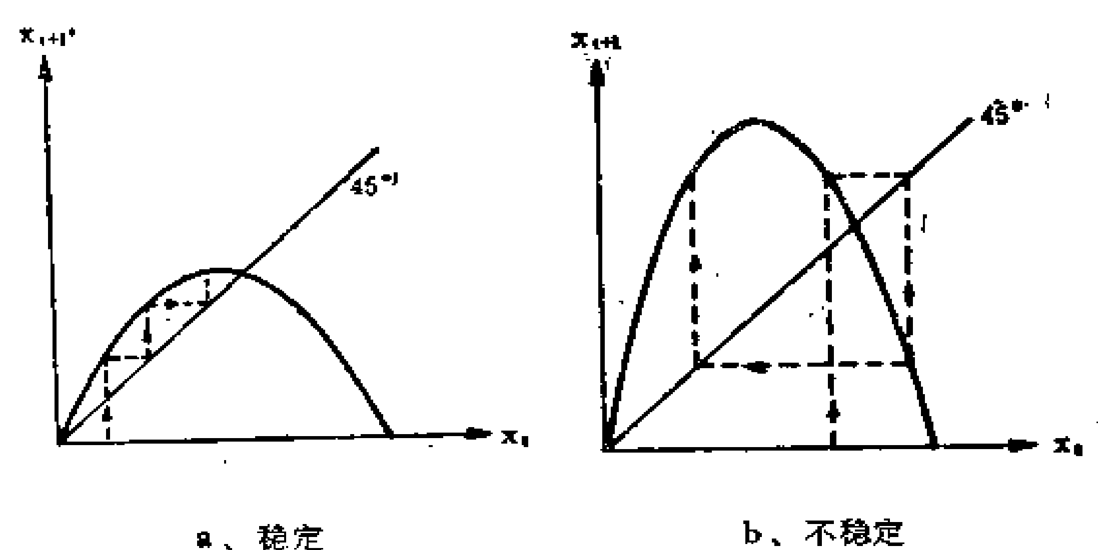
图 6.5 逻辑斯蒂方程

$$x^*=1-\frac{1}{\mu} \quad (6.1.2.3)$$

的稳定性取决于参数 μ 的数值。图 6.6 给出了对应于 μ 的不同值的单峰曲线(6.1.2.2)的两个例子。

众所周知，固定点的稳定性取决于 $f(x_t)$ 在 x^* 处的斜率：只要 $f(x_t)$ 的斜率的绝对值小于 1，固定点就是稳定的。由

① 当 $\mu>4$ 时，在 $x_t=0.5$ 时，(6.1.2.2)的极大值将大于 $x_{t+1}=1$。



a、稳定　　　　　　　　　b、不稳定

图 6.6　对不同 μ 的逻辑斯蒂方程

$$\frac{df(x_t)}{dx_t}\Big|_{x=x^*}=\mu(1-2x^*)=2-\mu \qquad (6.1.2.4)$$

可得：如果 $\mu\in[1,3]$，则除 $x=0$ 之外系统唯一的非平凡固定点是局部稳定的。在线性分析中，事情就到此结束了，然而在这个非线性系统中，弄清当 μ 增加到超过 $\mu=3$ 时的情况是有用的。考虑方程(6.1.2.2)的第二次迭代，即映射

$$f^2: x_t \to x_{t+2} \text{ 即} x_{t+2}=f(x_{t+1})=f(f(x_t))=f^2(x_t) \quad (6.1.2.5$$

这意味着映射(6.1.2.2)必须作用两次：

$$x_{t+2}=\mu(x_{t+1}-x_{t+1}^2) \text{和} x_{t+1}=\mu(x_t-x_t^2)$$

$$\Longrightarrow x_{t+2}=\mu(u(x_t-x_t^2)-\mu^2(x_t-x_t^2)^2) \qquad (6.1.2.6)$$

图 6.7 说明对不同的 μ，映射 f^2 的两个不同图形。在图 6.7.a 中，由于 $1<\mu<3$，因而只有一个非平凡的固定点。所以，人们面对的是基本映射 $f(x_t)$ 的一个固定点，当然它也一定是映射 f^2, f^3 等的固定点。

只要斜率为 $0<\frac{df^2(x_t)}{dx_t}<1$，则映射 f^2 的固定点（即周

期 2 的固定点）是稳定的。由于这个斜率正好是斜率$\frac{df(x_t)}{dx_t}$的平方，这与对映射 f 的局部稳定性要求相对应：

$$\left|\frac{df(x_t)}{dx_t}\right|<1 \qquad (6.1.2.7)$$

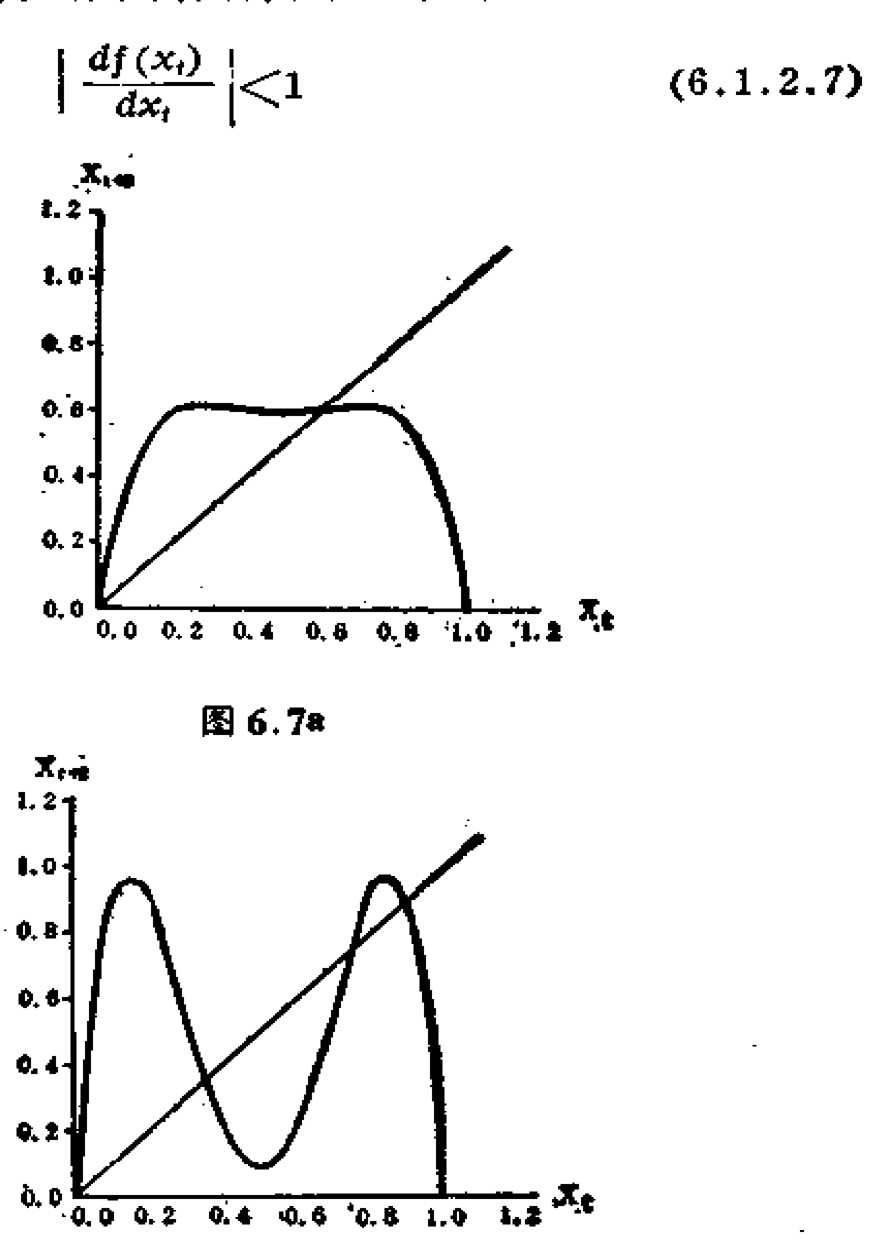


图 6.7a

图 6.7b

图6.7.b表示了 μ 的值增加到$\mu>3$的效果。斜率表明 x_1^*和 x_3^* 是 f^2 的稳定不动点，而原来稳定的点 x_2^* 却变成不稳定的。这

样就可以容易地推导出，进一步增大 μ，点 x_1^* 和 x_3^* 也将变成不稳定的。无需进一步详细说明，就可以这样说，对于在区间 $(3,\mu_c)$ 中增大的 μ，不动点先是稳定的，然后将丧失其稳定性并分裂成一个不稳定的不动点和两个新的周期为 $2^n(n=0, 1,2,\cdots)$ 的稳定的不动点(参阅图 6.8.a)。

当周期为 n 的不动点变成不稳定的，并且分裂成为周期为 $2n$ 的环时，μ 的分叉值在数值上可以由下面的规律

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\mu_n-\mu_{n-1}}{\mu_{n+1}-\mu_n}\right)=\delta\approx 4.6692\cdots \qquad (6.1.2.8)$$

来描述，① 其中 δ 称为费根鲍姆数。由于 δ 是常数，序列 $\{\mu_n\}$ 收敛到一个有限值，因此，增大 μ，周期为 2^n 的不动点在一个临界值 μ_c 处聚集。对于映射(6.1.2.2)，这个临界值大概是 $\mu_c=3.575$。当 $\mu>\mu_c$ 时，情况就发生剧烈的变化。每一个原来

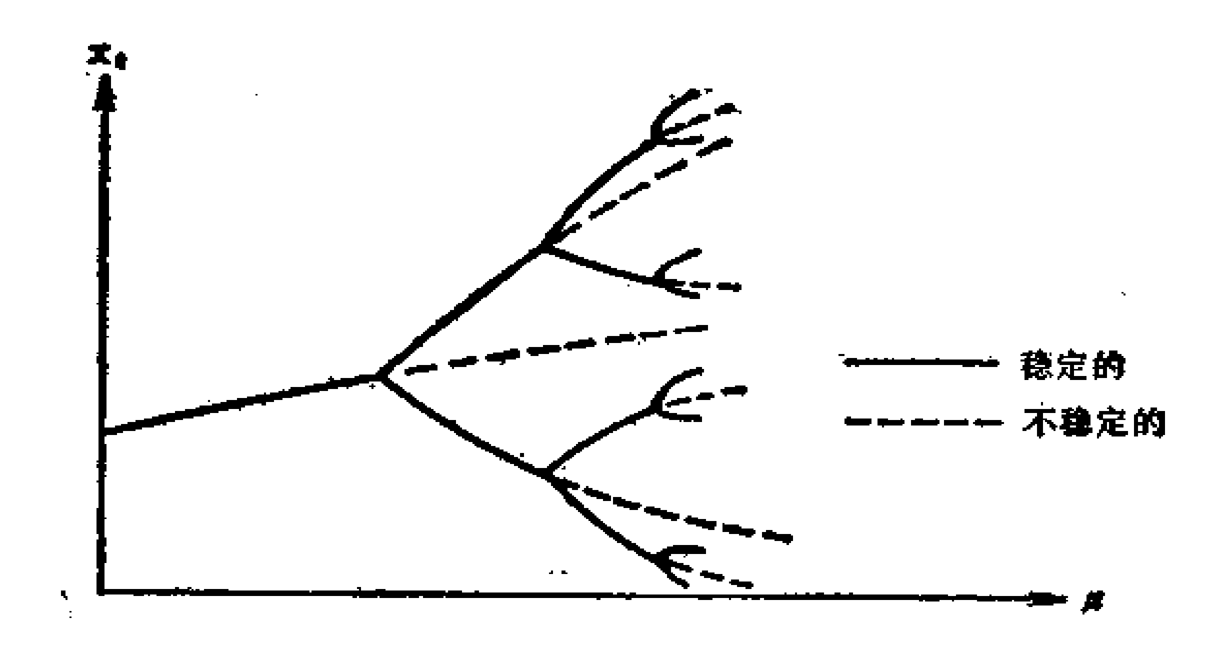


图 6.8.a　逻辑斯蒂方程中的分叉

① Collet/Eckmann (1980), p. 37。

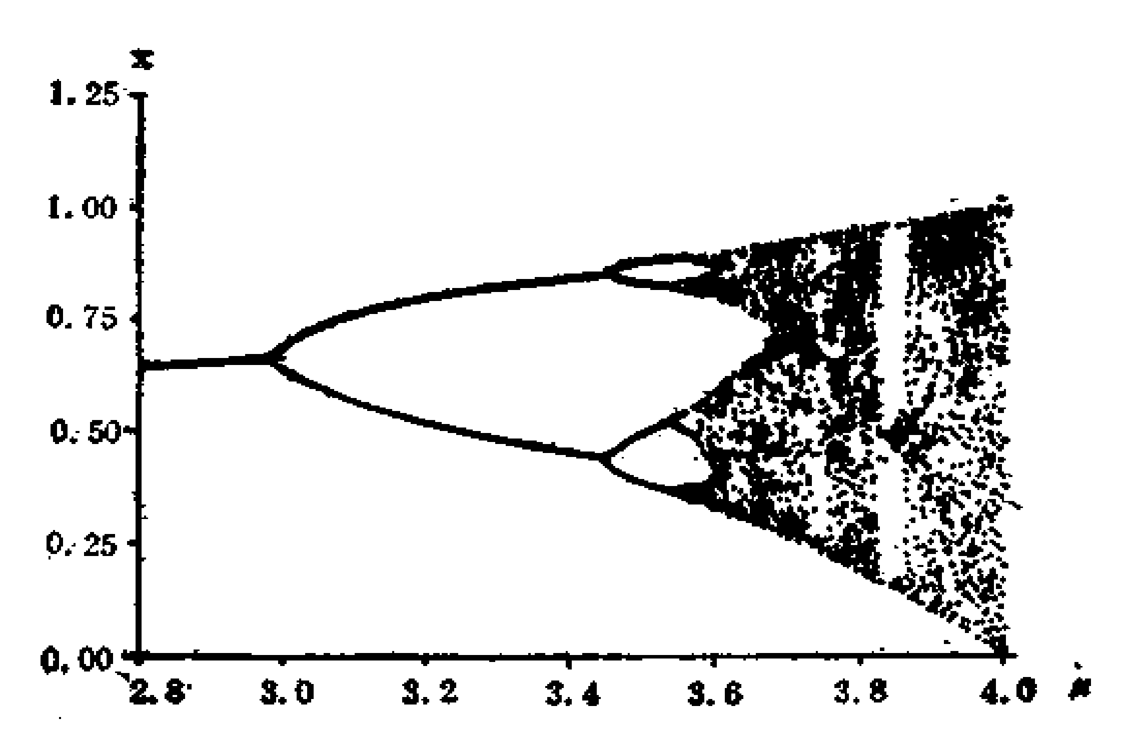


图 6.8.b 逻辑斯蒂方程中分叉的数字图

稳定的不动点都变成不稳定的。另外，对于$\mu>\mu_c$，有无穷多个不同周期的不动点以及数目为不可数的初始值x_0，其轨迹是非周期的。这些不动点的有趣性质是：事实上，奇数的周期现在也可以出现，但这只对于充分大于μ_c的μ才会发生。

对于这些一维离散系统，李/约克(1975)提出了一个著名的结论。①

定理 6.3 (李/约克)

设J是一个区间，$F: J\to J$是连续的。

假定存在一个点$a\in J$使得$b=F(a)$，

$c=F^2(a)$和$d=F^3(a)$满足

$$d\leqslant a<b<c \qquad (\text{或} d\geqslant a>b>c)$$

① Li/Yorke (1975), p. 987.作者没有阐明集合S和S_0之间的必要区别。

则有：

(1) 对于每个 $k=1,2,\cdots$，在 J 中存在周期为 k 的周期点。

(2) 存在一个不可数集合 $S\subset J$（不含周期点）和一个不可数集合 $S_0\subset S$，满足如下条件：

A）对于所有 $p\neq q$ 的 $p,q\in S$

$$\lim_{n\to\infty}\ \sup|F^n(p)-F^n(q)|>0$$

并且对于所有 $p\neq q$，$p,q\in S_0$

$$\lim_{n\to\infty}\ \inf|F^n(p)-F^n(q)|=0$$

B）对于每个 $p\in S$ 和周期点 $q\in J$

$$\lim_{n\to\infty}\ \sup|F^n(p)-F^n(q)|>0$$

该定理的叙述与上述混沌的字面定义是相对应的。注意，周期 3 的一个周期点的存在性意味着：$d\leqslant a<b<c$ 的假设将在某些地方成立，因此只要找到一个周期 3 的点，就确实可能碰到混沌。

下面的定理会启发读者对离散动态系统复杂行为的理解。①

定理 6.4 （萨尔柯夫斯基定理）

设所有正整数的序如下：

$$1<2<4<8<16\cdots<2^k<2^{k+1}<\cdots$$

$$\cdots\cdots$$

$$\cdots<2^{k+1}(2n+1)<2^{k+1}(2n-1)<\cdots<2^{k+1})5<2^{k+1}3<\cdots$$

① Guckenheimer/Holmes (1983), p. 311.

$$\cdots < 2^k(2n+1) < 2^k(2n-1) < \cdots < 2^k 5 < 2^k 3 < \cdots$$

$$\cdots\cdots$$

$$\cdots < 2(2n+1) < 2(2n-1) < \cdots < 2\cdot 5 < 2\cdot 3 \cdots$$

$$\cdots < (2n+1) < (2n-1) < \cdots < 9 < 7 < 5 < 3.$$

如果 f 是一个区间到自身的一个连续映射，其周期为 p，并且在这个序中 $q < p$，那么 f 有一个周期为 q 的周期点。

所有整数的这个特殊的序是值得注意的。由数字 3 开始的所有奇整数处于序的最高等级，接着是可以由一个奇数倍乘 2，2^2，2^3 等表示的所有整数。最后，可以表示为$2^n(n=0,\cdots,\infty)$的所有整数处于序的最低等级。让我们分析这个序中的一个任意整数。例如这个数是 4，那么该定理表明一个周期 4 的周期点的一个映射也有一个周期 2 的周期点和一个周期 1 的周期点。① 如果一个周期m的周期点存在，其中m可以表示成一个奇数和2^k的乘积，那么所有较低序的周期点都存在。例如，一个周期 20 的周期点意味着所有偶数周期的周期点的存在性。只要找到一个周期 3 的周期，按照该定理，则所有可能周期的周期点都存在。

必须强调的是，李/约克定理只给出了关于混沌存在性的一种表述。对于一个确定的 $\mu > \mu_c$，μ_c 由正在讨论的映射给定，对于很多映射至多有一个稳定的周期，它吸引几乎所有初始点，② 换言之，不收敛到这个稳定周期轨道的那些点的（勒

---

① 反之，一个周期 4 的点并不一定意味着一个周期 8 的点的存在性，在这个序中 8 比 4 等级高。

② 关于方程(6.1.2.2)对每个 μ 正好有一个稳定的周期轨道的证明，请参见Guckenheimer et al. (1977), pp. 140-142以及 Collet/Eckmann (1980), Ch. II. 4.

贝格)测度为零。① 所以，尽管对于一个特殊函数和一些参数可以从理论上推导出非周期运动的存在性，但这在数字上或许是不可观测的，因为只有非常少的初始值导致其行为呈现混沌模式的时间轨迹。然而，对于实际经济问题，在极限过程中发生的事情并不那么重要。即使一个稳定的周期轨道存在，收敛到该轨道可能需要比经济周期理论的时间标准更长的"时间"。另外，也不仅仅是混沌的、非周期的解的存在才会影响到实际的经济学。按照萨尔柯夫斯基定理，一个周期3的周期存在就意味着所有阶的周期解的存在，它们的阶数也许非常大，而且可能和纯粹的混沌解根本区别不开。②

上述概念能够用于从分析上推导混沌运动的存在性。在某些情况下，例如当差分方程具有"单峰"曲线形状时，就有可能应用李/约克定理或萨尔柯夫斯基定理来确定混沌的存在性。然而，在很多场合中，找到一个周期3的周期可能是困难的或者在分析上是不可能的，这就提出了是否能运用数值方法来探讨不规则行为的问题。假定对于一个确定的动态系统，已经产生了类似图6.4的一个时间序列。虽然把该序列立即看作是混沌的是很有诱惑力的，但这个结论并不合理，因为该序列可能有一个大的周期而成为规则的序列。例如，这个周期为m，那么在m个时间周期之后，该序列会精确地重复同样的形状。数字实例表明，甚至对于较小的周期循环，通过简单的检验来区别规则时间序列和完全不规则序列或许也是不可能的。因此，有必要运用较为复杂的时间序列分析方法对不规则运动进行研究。在时间序列周期形状的分析中，频

① Collet/Eckmann (1980), p. 13.

② Melese/Transue (1986) and Day (1986).

谱分析(Spectral analysis)已被证明是非常有用的。

对这个主题给出令人满意的介绍可能超出了本书的范围①。因此我们只着重解释有关算法的结果。② 例如，分析这样一个正弦运动，其频率 $\tilde{f}$ 以 2π 为单位来测量。$\tilde{f}=1$ 的频率表示周期的长度正好是 2π，即在区间 $[0,2\pi]$ 中有一个完整的正弦运动。频率 $\tilde{f}\neq 1$ 说明周期在 $[0,2\pi]$ 中还没有完成，即 $\tilde{f}<1$；或者在 $[0,2\pi]$ 中另一个周期已经开始，即 $\tilde{f}>1$。频谱分析的主题是把一个给定的时间序列分离成有不同频率的不同的调和序列。例如，一个时间序列由两个交叠的调和序列构成，频谱分析试图分离这两个调和序列并计算其频率。而且，频谱分析提供有关每个调和序列对整个运动所作贡献的信息，即是否有主导频率。从图形上看，这些频谱分析的结果可以在所谓的功率谱(Power Spectrum)图形上表现出来，该图形是功率谱对应频率的曲线。功率谱可以不严格地定义为每个频率对时间序列整个运动的贡献。③ 例如，如果在一个给定的序列中没有周期成分，则其功率谱将是一条平滑的单调曲线。④ 如果存在这样的频率，即其功率谱的相应值比其他频率的相应功率谱明显高的话，则频谱分析表明存在着周期行为。所以，功率谱中的一个单独峰值意味着在所研究的实际时间序列中存在一个有相应频率的周期。

这些因素与研究不规则行为的关系是显而易见的：如果

① 较好的综述参见 König/Wolter (1972)或Granger/Hatanaka(1964)。

② 这是可以理解的，因为有几个数值程序包都包括频谱分析的程序，使得在此可以忽略数学细节。

③ 在数学上，功率谱是过程的自协方差的傅立叶变换。

④ 与特定的算法有关，这条曲线将有不同的形状。对于非振荡时间序列典型的功率谱有负斜率。

用这个频谱方法分析一个看起来是不规则的规则序列，则其功率谱在一个确定的频率上会出现一个峰值。如分析有几个频率(以及有不同周期值的周期)的一个时间序列，那么其功率谱在不同的频率处会有几个可以区别的峰值。由于不规则的或混沌时间序列包含所有序的周期，因此其功率谱在每个频率处都有一个峰值。

图 6.9 和图6.10表示逻辑斯蒂方程对于不同值的分叉参数 μ 的功率谱。①图 6.9 表示对分叉参数的一个 $\mu<\mu_c$ 的值的功率谱。从图 6.8.a 可以看出，如果 μ 足够接近 μ_c，逻辑斯蒂方程的特点是倍周期。因此，在相同距离的频率上其功率谱有可以区别的峰值。图 6.10 表示对应于混沌区域中的 μ 的功率谱。显然，不可能分离出主导频率。

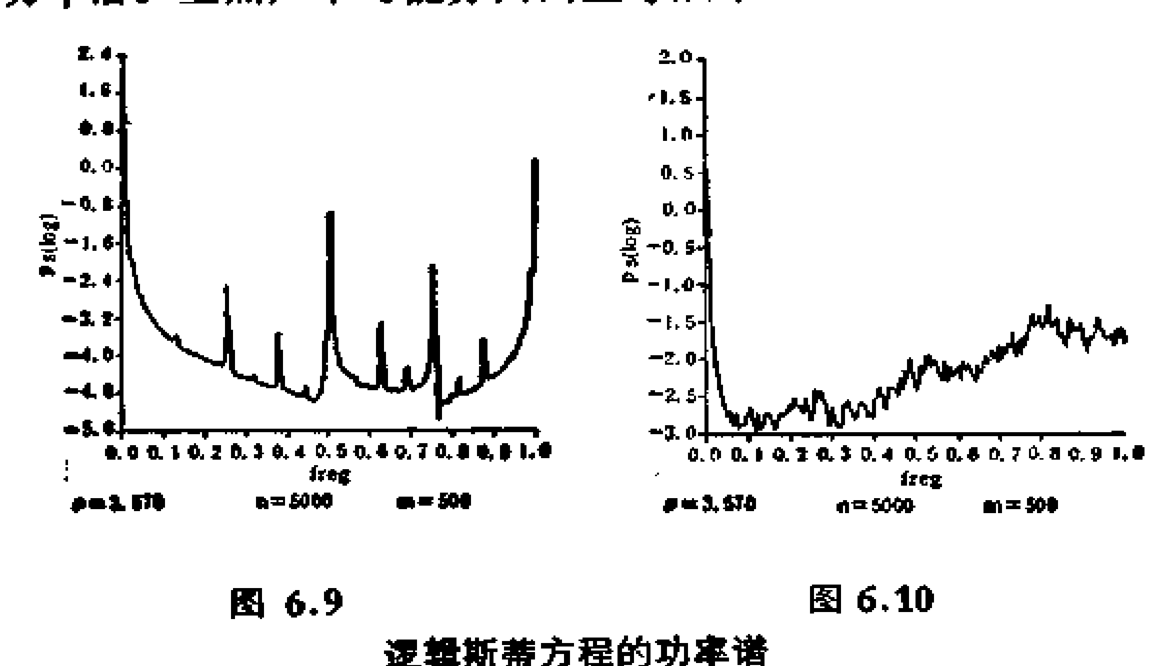


图 6.9　　图 6.10

逻辑斯蒂方程的功率谱

在通常不能再用分析方法来考察的更高维的动态系统的

① 两个图中频率都以π为单位测量。

研究中，功率谱特别有用。然而，在这些系统中，要将混沌行为与周期行为完全区分开也许是困难的，因为所涉及的典型次谐波在功率谱中似乎也是峰值。

至此，我们所描述的混沌性质并不局限于特定的代数形式(6.1.2.2)。梅(1976)分析了(6.1.2.2)的大量其他形式，并给出了导致初始不稳定性和混沌控制参数的数值。除(6.1.2.2)外，(6.1.2.1)的另一个常用形式为

$$x_{t+1}=f(x_t)=x_t e^{\mu}(1-x_t),\ x_t\in R,\mu\in R \qquad (6.1.2.9)$$

一般而言，可以认为每条“单峰”曲线从其性质上来说都具有与(6.1.2.2)相同的特征。①

混沌现象的描述到此为止仅限于一维离散时间的情况。尽管混沌也可能出现在更高维的系统，但一维的情况是最容易处理的一种。因此，动态经济学中的混沌现象大都是通过由可以简化成一维方程的离散时间系统来研究的，这也是很自然的。

混沌和经济周期

由于对上述具有显著动态性的逻辑斯蒂方程已有了广泛的研究，因而现在的问题是经济学中的实例是否可以用这个方程来表述。正如本哈比/戴(1982)、戴(1982,1983)、戴/谢弗(1986)、加比奇(1984,1985)、盖特纳(1986)、施策蒂(1980)和波赫约拉(1981)所论述的，这样的例子确实存在。但这些例子都没有摆脱限定性的特别假设，因而限制了其结论的普遍性。

戴(1982)重新考虑了标准的新古典增长模型，在资本存

① Trotha (1985).

量正好是单一周期的假设下，该模型的离散时间形式表示为①

$$
\begin{aligned}
Y_t &= C_t + I_t \\
I_t &= K_{t+1} \\
C_t &= (1-s)Y_t \\
Y_t &= F(K_t, L_t) \\
L_t &= (1+n)^t L_0
\end{aligned}
\tag{6.1.2.11}
$$

其中符号意义和往常一样，n是人口的定常增长率。如生产函数是线性齐次的，则模型可简化为

$$
\begin{aligned}
\frac{K_{t+1}}{L_t} &= SF(K_t, L_t)/L_t \\
&= sf(k_t) = k_{t+1}(1+n)
\end{aligned}
\tag{6.1.2.12}
$$

其中$k_t = K_t/L_t$为资本-劳动力比率。

从增长理论的文献中可知，在一个固定储蓄比率和生产函数的通常性质下，均衡增长轨迹是渐近稳定的。问题在于是否能通过调整真正的模型(6.1.2.11)，例如一个与K相关的可变储蓄率或一个调整后的生产函数，使基本差分方程(6.1.2.12)能转换成一个单峰的逻辑斯蒂方程。我们从戴提供的几个例子中选择如下例子：

假设生产函数为

$$
\frac{Y_t}{L_t} = Bk_t^{\beta}(m-k_t)^{\gamma}, k_t \leqslant m = 常数 \tag{6.1.2.13}
$$

显然，分项Bk_t^{β}是一个柯伯—道格拉斯型的作用项，其中$\beta \in [0,1]$，$(m-k_t)^{\gamma}$项可以被解释为由于增加k所引起的污染的

① 虽然戴没有阐明这和标准新古典增长模型的偏差，但要获得下面所介绍的结果有必要补充假设。

影响。由于 r 很小，对于微小的 k，$(m-k)^{\gamma}$ 接近于 1，并且当 k 趋向于 m 时下降到零。代入(6.1.2.12)得到

$$k_{t+1}=\frac{sBk_t^{\beta}(m-k_t)^{\gamma}}{(1+n)} \tag{6.1.2.14}$$

而且，当 $\beta=r=m=1$ 时，(6.1.2.14)可简化为

$$k_{t+1}=\frac{sBk_t(1-k_t)}{(1+n)} \tag{6.1.2.15}$$

该式与逻辑斯蒂方程(6.1.2.2)的形式相同，其中相应地有 $\mu=sB/(1+n)$，因此对于适当选择的参数值可能会出现混沌现象。然而，较一般的形式(6.1.2.14)仍然可以用李/约克定理加以分析。

设 $\tilde{k}$ 为使(6.1.2.14)达到最大值的资本—劳动力比率，即

$$\frac{dk_{t+1}}{dk_t}=\frac{SB}{1+n}(\beta k_t^{\beta-1}(m-k_t)^{\gamma}-k_t^{\beta}\gamma(m-k_t)^{\gamma-1})=0$$

$$\Longrightarrow\frac{\beta k_t^{\beta}(m-k_t)^{\gamma}}{k_t}=k_t^{\beta}\gamma\frac{(m-k_t)^{\gamma}}{m-k_t}$$

$$\Longrightarrow\tilde{k}=\frac{\beta m}{\gamma+\beta} \tag{6.1.2.16}$$

再设 k^c 是向后迭代的结果 $k^c=f^{-1}(\tilde{k})$。从图 6.11 可以看出，如果 $\tilde{k}<\bar{k}$，其中 $\bar{k}$ 表示定态不动点，则 k^c 将小于 $\tilde{k}$。

参数B、s或 n 起着与 μ 在基本逻辑斯蒂方程(6.1.2.2)中一样举足轻重的作用。增加 B，则(6.1.2.14)的图形向上扩展。设 $\tilde{k}$ 的迭代为 $\tilde{k}: f(\tilde{k})=sB\tilde{k}^{\beta}(m-\tilde{k})^{\gamma}/(1+n)$ 并设 k^m 表示可能达到的资本—劳动力比率的最大值，即(6.1.2.14)的图形和横轴的交点。逐步地增加 B 最终将达到 $f(\tilde{k})=k^m$ 的情形。由于 $f(k^m)=0$，不难看出李/约克定理的要求可以得

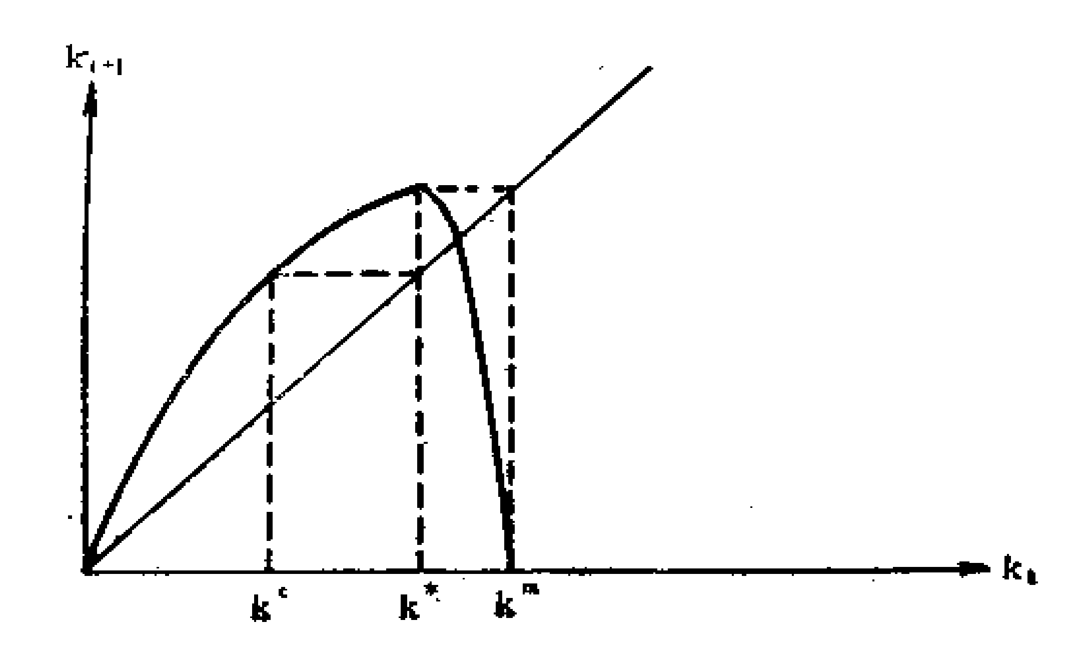


图6.11　一个新古典增长模型

到满足：

$$0<k^c<\tilde{k}<k^m$$
$$f(k^m)<k^c<f(k^c)<f(\tilde{k})$$
$$\Rightarrow f^3(k^c)<k^c<f(k^c)<f^2(k^c).$$

因此，对于(6.1.2.14)适当选择的参数，在这个简单的改进后的新古典增长模型中可能存在混沌的轨迹。显然，这个结果在很大程度上取决于所假定的生产函数，因此该模型应该被看作是在动态经济模型中寻找混沌的最简单例子的一个练习。其他可能产生混沌的(6.1.2.11)的变式包括引进一个可变的储蓄率$S(k_t)$或考虑受限制的增长。

施策蒂(1980)提出了一种在经济学的内容方面很相似的方法。①假定人口增长率与人均产出成正比，而不是一个固定的外生给定参数，则有

① 该文章很精练，且考虑了离散和连续时间方法之间的关系。

$$\frac{N_{t+1}-N_t}{N_t}=a_1-\frac{a_2N_t}{Y_t} \qquad (6.1.2.17)$$

再假设一个柯伯-道格拉斯型生产函数

$$Y_t=a_3N_t^{\alpha},\alpha\in[0,1] \qquad (6.1.2.18)$$

由(6.1.2.17)得到非线性的一维差分方程：

$$N_{t+1}=a_1N_t-\frac{a_2N_t^2}{a_3N_t^{\alpha}}+N_t$$

$$=N_t\left(1+a_1-\frac{a_2N_t^{1-\alpha}}{a_3}\right). \qquad (6.1.2.19)$$

作变量代换$N_t=(a_3(1+a_1)/a_2)^{1/(1-\alpha)}x_t$，即得

$$x_{t+1}=(1+a_1)x_t(1-x_t^{1-\alpha}) \qquad (6.1.2.20)$$

当$\alpha=0$时，它等价于逻辑斯蒂方程。(6.1.2.20)的图形也是一条单峰曲线，如果参数a_1增加到足够大，从(6.1.2.20) 中可以找到一个周期 3 的周期。因此，按照李/约克定理或萨尔柯夫斯基定理，对于大于临界值的a_1，有非周期解存在。

可能具有混沌动态性，并且在较大程度上不依赖任何特殊假设的经济模型的一个例子是由格朗蒙特[*Grandmont* (1984)]提出的，他研究了一个具有完备预测性的重叠世代模型的动态性。①这个分析具有重大意义，因为它表明了，为产生混沌动态性而构造有根据的优化过程，什么样的假设是必要的——即使在分析最简单的完备预测的情况下。尽管此模型不是本书宏观经济学意义下的一个经济周期模型，但这篇文章也是重要的，因为它含蓄地批评了理性预期方法。而理性预期方法在没有外部冲击的条件下，基本上否定波动的

① 班汉比/戴(1980)首先研究重迭世代模型中的混沌，他们把财富引入了效用函数。

存在。

让我们分析一个有两代的标准重迭世代模型。① 通过储蓄决策，年轻一代的成员对他们生活的第一和第二阶段的消费进行计划。众所周知，青年人的现期消费决策不仅取决于当前情况，而且也取决于第二阶段的预期价格。所谓个体具有完备预测性是指他能正确地预测将来的价格，$p^e_{t+1,t}$是在 t 时期所预期的 $t+1$时期的价格。为了使之有经济学上的意义，完备预测性的预期必须对重复的模式有某种适应性的结果。理性预期的文献通常仅涉及单一的长期定常均衡状态，以致于预期本身也是定态的。这种结构假设的结果在第 4 章中已有过阐述。反过来，假定价格在过去已经呈现出具有周期性程度充分低的周期行为。如果个体通过学习已经找到诸如价格时间序列的周期性，那么完备预测的预期就可以被认为是合理的。假定这些振荡的完备预测性预期存在。就可以看出，重迭世代模型能够产生向后的动态性，② 由此导致了正确的和令人满意的预期值。引起周期行为的模型的基本要素是起中和作用的财富和 $p_t/p^e_{t+1,t}$变化在时期间的替代的效应。可以看出，个体的报价曲线是由在关于效用函数凹性的适当假设下的一条向后弯折的曲线来表示。③ 进而，通过引入一个

---

① Diamond (1965)。

② 如果时间的方向倒置，就产生变量的向后动态时间轨迹，即考虑起始于 t=0 的点 $\{x_t\}_{t=0}^{t=-\infty}$的序列。所以向后动态性决定了已经导致现在值的过去的变量值。考虑向后动态性的原因是向前的映射，即动态经济学中的通常映射，这在格朗蒙特的模型中是一个双值函数，这意味着向前动态性是不确定的。

③ 这个模型中的报价曲线在几何上等价于图6.5中的单峰曲线旋转一90°。

参数表示老商人的冒险想法，该报价曲线可以延伸以使周期3的周期出现，按照萨尔柯夫斯基的定理，这意味着所有阶的周期都存在。由于完备预测性假设是极端的情形，因此理性预期方法对于这种情形的经济周期来说，不仅涉及到具有通常外部冲击的定态，而且也包括由最优化行为驱动的内生周期的情形。然而，在这个内生周期模型中，对理性预期方法提出的一些异议还是有根据的，即该模型基本上是一个没有明显的价格调节机制的均衡模型，而且个体必须对该经济模型有一个明确的概念，等等。此外，其动态性基本上是向后的动态性，这可能改变其结果，因为它没有论述系统在将来的相应发展情况。①

更高维系统中的混沌

如果所要求的非线性得到满足，那么根据李—约克定理就不难发现一维系统中的混沌，这一事实引出了越来越多的例子，上面所介绍的模型只是其中的一小部分。除了用这些例子表明混沌可以容易地产生之外，还可以根据这些模型中混沌的含义对经济周期理论提出几点异议：

(1) 维数的限制意味着，要么研究局部经济——这在经济周期理论中意义不大，要么对适当的模型进行简化、缩小或加总，这使人想起了普罗克拉斯提斯的床。②

(2) 一维混沌系统的典型钟型函数在标准经济模型中似乎并不具有一般性。在大多数现有的模型中，初始迭代的钟

① 在Grandmont/Laroque (1985)中可以找到一个类似的模型。

② 普罗克拉斯提斯是希腊传说中开黑店的强盗，传说他劫人后迫使身高者睡短床，斩去身体伸出部分，迫使身矮者睡长床，强拉其身体使之与床齐——译者注

形有时是由极为特殊假设建立的。

(3) 一维离散时间动态系统呈现一种典型的锯齿模式。尽管这种极易使人想起噪声的行为具有很高的信息性，因为它表明在确定性模型中可以产生看起来似乎是随机性的过程，然而经济周期模型的要求通常得不到满足。一般来说，经济周期模型的特征是由这样一种相关变量的时间轨迹来表征的，这种变量在一个很长时间区间里呈现向上或向下的趋势，在离散时间模型的情况下该轨迹有几个基本周期。一维模型不可能产生所期望的这种类型的周期行为。

(4) 最后，可以证明，不规则轨迹不能用于明确地解释经济周期，因为通常人们都认为经济周期要规则得多。

下面将要说明，这些异议只是部分地涉及到更高维系统的混沌动态性。更高维系统的轨迹可以是光滑的，因此看起来可能比一维离散时间系统的时间轨迹要规则得多。而且，我们可以给出只依赖于弱非线性的混沌动态系统的例子。

关于高维系统中的混沌的数学理论仍然在不断发展，而且科学理论的发展总是没有止境的。然而，与高维系统中的混沌有关的经济学文献还相当缺乏，并且这些新进展是否确与经济周期理论有关也尚不明确。尽管如此，下面将介绍一个非常简短的数学理论综述，并概要地介绍几个经济学例子。当然，这些介绍还很不全面，特别是很多概念往往只是提出而没有进行详细的讨论。然而，这一节的主要目的是要指出动态经济学方面可能存在的新的研究工具，从而促进将来对不规则波动的经济的研究。

虽然动态系统的数学理论对离散和连续时间动态系统并

没有作明显的区分，①但本书对这两个概念仍将分别处理。

离散时间系统

由于李—约克定理在确定一维系统混沌的存在性方面是一个非常适宜的工具，自然就有这样一个问题：该定理是否可以推广到n维的情况。早在1976年菲尔·德雅蒙德就开始了推广李—约克定理的尝试。

模仿函数$f(x), x\in R$迭代的定义，一个集合$A\subset R^n$的迭代记为$f(A)$，表示$f(x)$ $(x\in A)$的全体。然后，集合A的第k次迭代记为$f^k(A)$，即$f^k(x)$ $(x\in A)$的全体。如果$f^k(A)=A$且$f^i(A)\cap f^j(A)=\Phi$ $(1\leqslant i<j<k)$，这个集合就是k周期的。

定理6.5 德雅蒙德(1976)

设A是R^n中的一个集合，假设$f: A\to R^n$是连续的。假定在A中有一个非空的紧集X，满足

$C1)$ $x\cup f(x)\subset f^2(x)\subset A$

$C2)$ $x\cap f(x)=\Phi$

那么

$T1)$ 对每个$k=1,2,\cdots$，在A中有一个k周期的集合。

$T2)$ 在A中有一个不可数的集合S，它不包含任何一个周期的集合，并且有

(1) $f(S)\subset S$

(2) 对于S中不同的点p、q，$\lim\limits_{k\to\infty}\sup|f^k(p)-f^k(q)|>0$

(3) 对于S中每个p和一个周期的集合$P\subset A$，则对P

① 关于庞加莱映象的介绍可参见Guckenheimer/Holmes(1983)第1.5节，庞加莱映象就是一个流形和一个(横)截面(Cross—Section)的交点的序列，在某些情形下，它可以被认为是连续和离散时间系统之间的一种互相依赖的关系。

中的所有 q，有

$$\lim_{k\to\infty} \sup|f^k(p)-f^k(q)|>0.$$

正如德雅蒙德所指出的那样，对于很多单变量函数，他的条件 C1) 和 C2) 与李—约克的条件是一致的。在一维情形下，德雅蒙德的条件可以容易地在图 6.12 中加以说明。① 集合x和$f(x)$不相交(条件C2))，并且如果A是单位区间，那么在图6.12中$f^2(x)$等于A(即条件C1)满足)，这是因为$f(x)$包含使函数$f(x)$达到最大值$f(x)=1$的x的值。

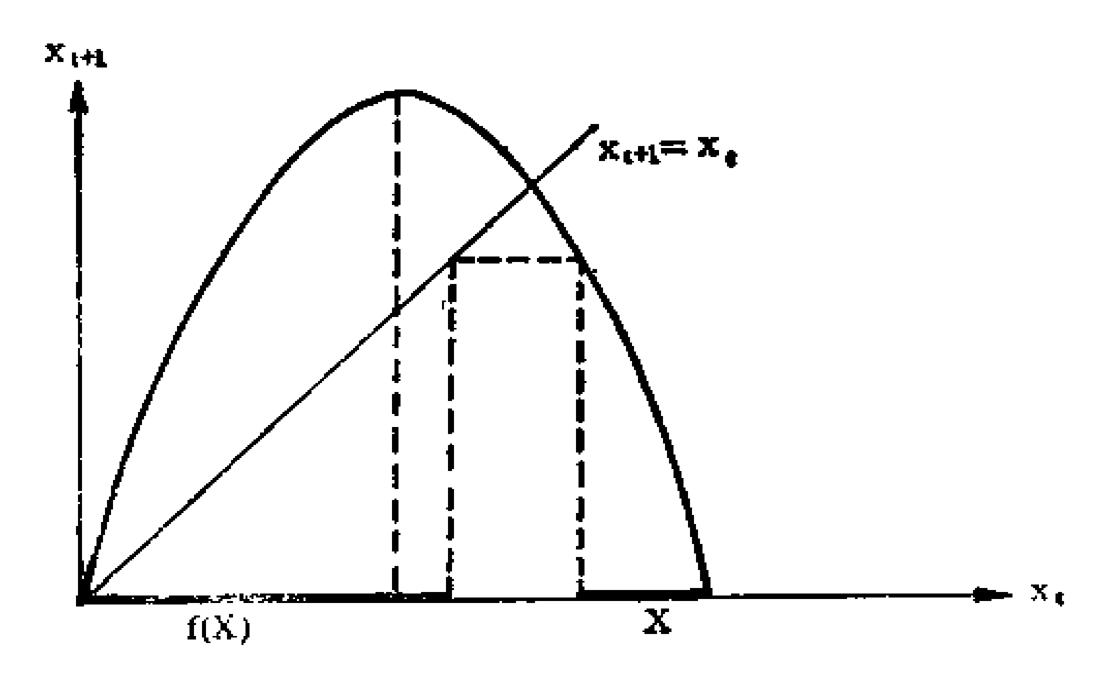


图 6.12　德雅蒙德判据

德雅蒙德判据在经济学中的最初应用可以在班汉比/戴(1981)中找到，这篇文章讨论了一个具有内生偏好的无规则的需求模型，内生偏好是指 t 时的偏好取决于以前时期偏好的实现情况。运用该判据分析经济周期模型中的混沌的一个例子是斯特劳伯/韦尼格(1985)研究的新奥地利资本模型。新

① Schröder (1985), Fig. 2.

奥地利经济周期模型的特点是生产的不同阶段在时间上相互关联：在每个时期里，每个生产阶段都生产出全部中间产品。因此，任何产品的可能产出都依赖于前一个生产阶段(即前一个时期)中间产品的产出。斯特劳伯和韦尼格构造了一个具有固定价格和灵活利率的新奥地利模型，在此模型的第一个部门里 t 时开始的新过程的数目由一个 n 维非线性差分方程系统确定。通过应用德雅蒙德判据，他们能够表明混沌出现的充分条件与该系统唯一均衡态的不稳定性的条件几乎是一致的。

对这个新奥地利模型中的混沌现象的探讨说明了在高维系统中应用德雅蒙德判据的困难。德雅蒙德本人也曾指出，对大部分$n>1$的系统直接验证充分条件的成立是困难的，而应用计算机也许有助于揭示该条件是否满足。①

马罗托(1978)提出了另一个在离散时间系统中验证混沌的概念，在模型波数值化的条件下，这个概念已被证明是有用的。他的快速恢复排斥极 (Snap—back repeller) 的概念成为李—约克定理的一种推广形式。

设一个离散时间动态系统为

$$x_{t+1}=f(x_t),\ x\in R^n \qquad (6.1.2.21)$$

其中有一个不稳定的不动点$x^*=f(x^*)$。

定义6.1 马罗托(1978)

设$B_r(x^*)$表示R^n中以x^*为中心、半径为 r 的封闭球。如果$f(x^*)=x^*$，并且对于所有 $x\in B_r(x^*)$，$f(x)$的雅可比矩阵的所有特征值在欧几里德范数下超过 1，那么点 $x^*\in R^n$ 就是

① Diamond (1976), p. 953.

$B_r(x^*)$中$f(x)$的扩张不动点(expanding fixed point)。

注意，这个扩张不动点概念并不一定意味着在每一处的轨迹都从x^*离开。如果对于一个任意的r, $x \notin B_r(x^*)$，则其特征值可能小于或等于1。其实，一旦一条轨迹已经到达$B_r(x^*)$外的一个点，则该轨迹跳回到$B_r(x^*)$中甚至跳到x^*处也是有可能的。

定义6.2 马罗托(1978)

假定x^*是对某个r的$B_r(x^*)$中f的一个扩张不动点。如果存在一个点$x_0 \in B_r(x^*)$，$x_0 \neq x^*$, $f^k(x_0) = x^*$，并且对于某个正整数k，$f^k(x_0)$的雅可比矩阵的行列式不等于零，那么x^*就是f的一个快速恢复排斥极。

图6.13说明了这一快速恢复排斥极的概念：从任意靠近不动点x^*的一个点(即图6.13中的点x_0)开始的一条轨迹被从这个不动点排斥开，但在离开$B_r(x^*)$之后，突然跳回并精确地到达该不动点。

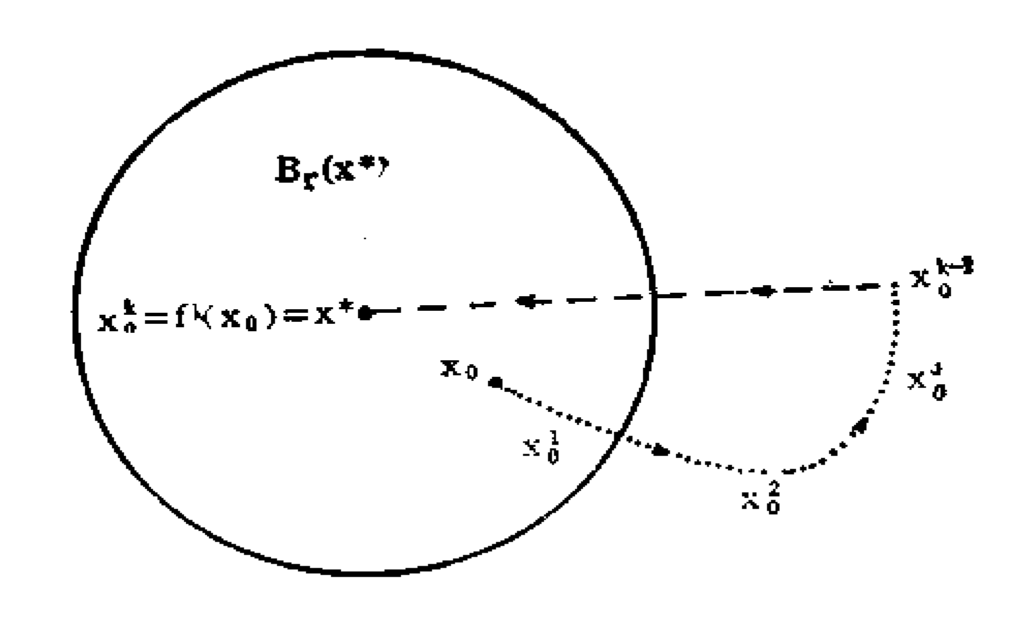


图6.13 快速恢复排斥极

马罗托证明了下述定理：

定理6.6 马罗托(1978)

若 f 有一个快速恢复排斥极，那么(6.1.2.21)是混沌的。

马罗托所用的混沌定义基本上和德雅蒙德(1976)的在 R^n 上的定义相同。

马罗托的概念的真正优点是，事实上只要所考虑的模型是数值化的，它就比较容易掌握：只要从平衡点开始向后迭代的轨迹再进入球 $B_r(x^*)$ 之中，其中 r 的值是通过预先的数值运算得到的，它使得 x^* 是一个扩张不动点，这样混沌就已经确定。

赫尔曼(1986)在上一节讨论过的卡尔多模型的一种形式中找到了这样一个快速恢复排斥极。然而，必须注意到，任何数值例子的结果不可能在一个确定模型的整个参数值范围内都普遍成立。快速恢复排斥极的概念要求对模型的每个数值形式分别进行数值研究。

连续时间系统

对离散时间系统来说，在一维系统中就可以出现混沌现象，而在连续时间系统中出现不规则行为所要求的最小维数是 $n=3$。① 三维连续时间模型的研究在动态系统理论中自然引起了极大的关注。

下面我们将讨论在这些连续时间系统中混沌的一些概念，② 并主要分析那些与经济周期理论可能有某种潜在联系

① 这可从庞加莱—本迪克逊定理直接得到，它意味着一个平面系统的最复杂行为是极限环。参见Guckenheimer/Holmes (1983), p. 50f.和Lichtenberg/Liebermann (1982), p. 383, ft. 1. 再回忆一下平面系统中轨迹不能相交这个意味着规则行为的事实。

② 三维和四维系统混沌的综述和分类见Rössler (1977)。

的结果。

研究连续时间模型混沌的基本概念是奇怪吸引子(Strange attractor)。在几个不同的定义中，下面的定义似乎是最具综合性的：

定义6.3 [依据茹厄勒(1979)[

设n维动态系统为

$$\dot{x}=f(x,\mu),\quad x\in R^n,\mu\in R \qquad (6.1.2.22)$$

如果有一个集合U满足下面性质：

(1) U是A的一个n维邻域。

(2) 如果$x(0)\in U$，那么$x(t)\in U$，$\forall t>0$且$x(t)\to A$，即对于大的t，任何轨迹都变成并保持与A任意地接近。

(3) 当$x(0)$在U中时，对初始条件存在着敏感的依赖关系，即初始值$x(0)$的微小变化在较短时间后会导致本质不同的系统时间轨迹。

(4) 吸引子是不可分解的。

则一个有界集$A\subset R^n$就是(6.1.2.22)的奇怪吸引子。

性质(1)和(2)意味着轨迹趋向吸引子，(3)表达了轨迹一旦进入吸引子后的混沌行为，而(4)表示吸引子不能分开成不相连的部分。

在一个连续时间动态系统中，奇怪吸引子的存在就意味着混沌，即高度不规则的行为。图6.14表示由气象学家E. N. 洛伦兹(1963)最先研究的洛伦兹吸引子。

该动态系统的时间轨迹是不规则的，因为每当轨迹进入两个翼形交互在一起的区域时，系统对非常精确的位置是十分敏感的：对于一个观察者来说，轨迹将运动到吸引子的两个翼形中的哪一个是预先不能确定的。

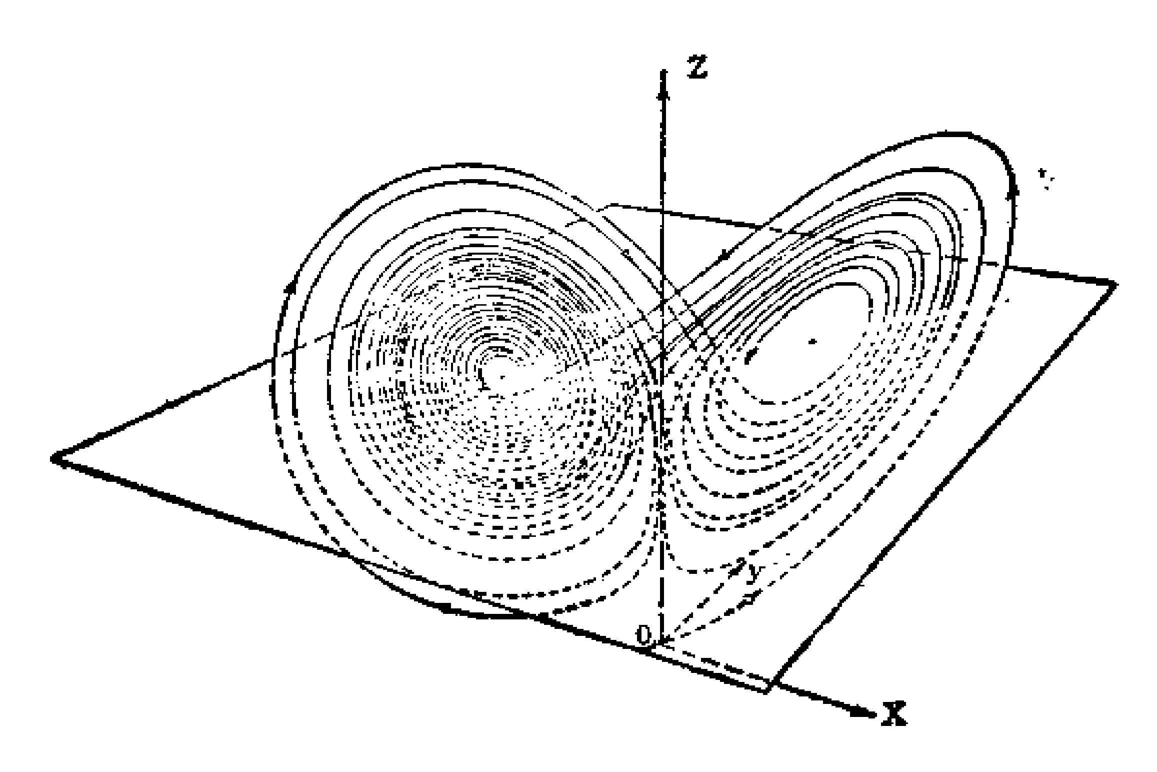


图 6.14 洛伦兹吸引子

[资料来源] Guckenheimer/Holmes (1983), p. 95.

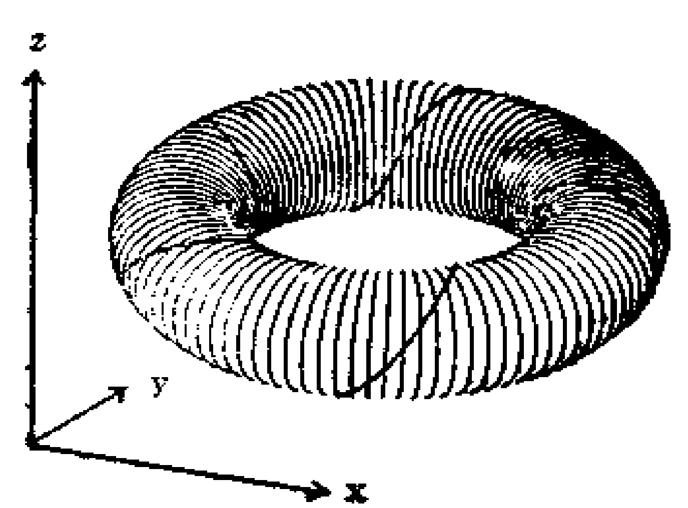


图 6.15 一个二维的环形线圈

[资料来源] Haken (1983b), p.21.

在过去10年中，在不同的动态系统中寻找奇怪吸引子一直是动态系统理论研究的一个主要焦点。然而，如果没有精

确地给定代数结构，要给出奇怪吸引子出现的充分条件通常是困难的。在此应该提到的是，检验一个系统是否有这样一个吸引子的一个可能的途径是寻找同宿(homoclinic)轨道。①

如果这个轨道的稳定和不稳定流形的相交部分是横截的，则该轨道就称为一条横截同宿轨道。一条横截同宿轨道的存在意味着混沌。②尽管横截性根据谢尔尼柯夫的一个定理③可以比较容易地确定，但寻找一条同宿轨道通常是困难的。④

面对这些困难，在经济学中对奇异动态特性的未来研究中，另一个概念或许是有用的。我们知道，在一个三维环面上的所谓准周期运动的扰动可以得到一个奇怪吸引子。图6.15表示一个仍然可以从几何上加以说明的二维环面。⑤在一个三维环面上的准周期运动的特征是有三个独立的基本频率，使得一个连续时间系统的解可以写成⑥

$$x(t)=F(\omega_1 t,\omega_2 t,\omega_3 t) \qquad (6.1.2.23)$$

其中ω_i为不同的频率。通过像范·德·玻尔方程那样的非线性振荡器的耦合可能发生准周期运动。洛伦兹(1985b)指出在三部门的卡尔多型经济周期模型中产生这样的振荡器的耦合是有可能的。假设经济被分为三个部门，每个部门都可以用产出和资本调整函数的卡尔多方程来描述。如果部门之间由需求的相互依赖关系来耦合，那么通过增加一个适当选择

① 详见Guckenheimer/Holmes(1983),Section6.5。

② Guckenheimer/Holmes(1983), p. 188 and 318ff.

③ Guckenheimer/Holmes (1983), p. 325.

④ 参见Arneodo et al. (1982)。

⑤ 细节参见Lorenz (1985b)。

⑥ 参见Newhouse/Ruelle/Takens (1978)。

的分叉参数(如产出调整系数)系统发生分叉，因而使得在每个部门都出现周期轨道。只要所有三个耦合的部门都发生振荡，就不能排除诸如由于在数值研究中计算机的精度不够所引起的微小运动扰动会导致奇异动态特性。例如，在国际经济学中，(至少在数值上)就不难举出其他的例子，这表明波动中的不同经济之间的相互作用可以导致混沌运动。

尽管在高维系统中研究混沌远不如一维条件下那么简单，然而这--研究应该是未来的经济周期理论的主题。尽管在解释实际经济中可观测的不规则行为时，忽略随机性的影响肯定是不合适的，但是某些似乎是随机性的现象至少可以用确定性框架中的混沌动态特性加以解释。

突变论和经济周期理论①

在动态系统理论的新发展中，称为突变论(catastrophe theory)的分支特别引人注目——尤其是在普及性的介绍中；而且，也许因其富于刺激性的名称，这一理论已经导致了很多混乱。突变论甚至在数学家们中一时也引起了争论，因为不清楚“理论”一词是否适合于对这个领域的描述。然而，当初关于突变论的合理性的争议似乎已经平息，并且形成了共识——至少在启发式地研究动态系统方面它是一种非常有用的方法。而且，如果要解释某种动态现象，突变论能够阐明

① 本节由H. W. 洛伦兹独立撰写。

对一个模型在结构上的要求。

突变论的特点可由这样一种性质来表示(大概也正是这种性质引起了当初的混乱),即它的数学基础相当复杂,而另一方面,该理论在实际应用中几乎完全不涉及数学。为了使读者对该理论的内在机理有一个概念,本书将对突变论做一个实际上很简短的介绍,但还是要占用相当篇幅。①

突变论的基本概念

突变论旨在对动态系统行为中的突然跳跃(即突变现象)进行分析和分类。设一个以 m 维向量 a 为参数的一维函数:②

$$V=V(x,a),x\in R \quad a\in R^{m} \qquad (6.2.1)$$

在不失一般性的情况下,函数 V 可以表达成一个多项式,因为任何充分光滑的一维函数都可以由一个泰勒展开式来表示。③设

$$V(x,a)=x^{n}+a_{1}x^{n-1}+\cdots+a_{n}x^{0},n\leqslant m \qquad (6.2.2)$$

是这样的一个多项式,其中某些 a_i 可能等于零。不难想象,对于给定的 n,当某些参数等于零时,多项式(6.2.2)的图形有不同的几何形状。例如,x^4(即 $a_i=0,i=1,2,3,4$ 和 $n=4$)的图形与 $x^4+a_1x^3$ 的图形就大不相同。函数可能有一个或几个极值取决于消失的 a 的数目。

问题是对于一个给定的 n 是否存在一组参数能使函数

① 对该理论的介绍详见Saunders (1980), Arnold (1984) 和 Zeeman (1977), ch. 1-2。

② 因此实际上是考虑一族函数。

③ 以下的讨论可参阅Saunders (1980),pp. 17ff. and Poston/Stewart (1978), pp. 92ff。

(6.2.2)是结构稳定的。对(6.2.2)那样有一些不可能等于零的函数来说，如果当这些a_i中的某些a_i变成正的时，该函数的极值的数目和特征不发生变化，那么此函数就是结构稳定的。① 例如，表达式x^4不是结构稳定的，因为$x^4+a_1x^3$还有其他极值。可以看出，当$n=4$时，多项式$x^4+a_2x^2+a_3x$是结构稳定的。对于一个给定的n，多项式(6.2.2)的这种结构稳定形式称为x^n的万有开折(Universal unfolding)。对于一个给定的n，使x^n稳定所必需的参数个数称为该展开式的余维数(co-dimension)，例如，x^4的余维数是2。

突变论证明对于余维数≤4，正好有7个不同的万有开折，包括一维情形(6.2.2)的4个开折和两维情形的3个开折。换言之，一旦参数a_i的数目给定，只有很少的结构稳定的函数存在。表6.1列举了余维数≤4的7个最简单的万有开折。

表 6.1

开折	余维数	名称
x^3+a_1x	1	折叠
$x^4+a_1x^2+a_2x$	2	尖点
$x^5+a_1x^3+a_2x^2+a_3x$	3	燕尾
$x^6+a_1x^4+a_2x^3+a_3x^2+a_4x$	4	蝴蝶
$x^3-xy^2+a_1(x^2+y^2)+a_2x+a_3y$	3	椭圆型脐点
$x^3+y^3+a_1xy+a_2x+a_3y$	3	双曲型脐点
$y^4+x^2y+a_1x^2+a_2y^2+a_3x+a_4y$	4	抛物型脐点

① 注意，这个结构稳定性的定义是对一个函数而不是对动态系统而言的。回忆一下过去的描述可知一个动态系统是结构稳定的，如果当一个参数发生变化时，解的曲线是拓扑等价的。

开折的名称取自它们的几何形状，前两个在下面的介绍中将变得明显。

上面的论述，即对于给定参数的最大个数只有相对较少的万有开折存在，是托姆的著名定理的基本结果，在他的定理中万有开折称为“基本突变”。

记开折对 x 的导数V_x为 V 的平衡曲面(equilibrium surface)，如果$V_x=0$的话。至此，我们尚未建立与动态系统的关系。设一个动态系统为

$$\dot{z}=g(z),z\in R^n \tag{6.2.3}$$

假定变量可以分为快变量和慢变量。再设z_1无限快地调整到它的平衡值。① 在这种情形下，其他慢变量 $Z_2\cdots,Z_n$ 可以解释为变化非常缓慢的“参数”。在短期内，我们将只考虑快变量z_1 及其平衡配置

$$\dot{z}_1=0=g_1(z_1,\cdots,z_n) \tag{6.2.4}$$

注意，我们只关心z_1 在(无限快地)调整到其平衡值后所取的值，即对于每组参数来说快变量已经调整完毕，此后对于固定的参数值它将不再发生变化。②

把 $z_2,\cdots,z_n$ 作为参数，(6.2.4)可改写为

$$\dot{z}_1=0=g_1(z_1,\alpha),z_1\in R,\alpha\in R^{n-1}$$

或设 $z_1=x$ 和 $m=n-1$，

① 这个过程与在物理学中已经引起特别兴趣的所谓“绝热近似(adiabatic approximation)”很相似[Haken(1983b)]。绝热近似在经济学中的一个应用在 Medio (1984)中可以找到，这篇文章研究了一个非线性动态投入—产出模型。

② 然而，从长期考虑，不能再假定这些参数（即慢变量)是固定的。长期的动态特性是以 $\dot{z}_i\neq0,i=2,\cdots,n$ 和一个总是取适当平衡值的 z_1 为特征的。

$$\dot{x}=0=f(x,\alpha),x\in R,\alpha\in R^{m}.$$

假设存在一个函数 $F(x,\alpha)$ 使得 $F_x=f(x,\alpha)=x$。可以从这样一个函数 $F(x,\alpha)$ 得到的动态系统称为梯度系统 (gradient system)。① 下面我们将专门考虑这样的动态系统 $\dot{x}=f(x,\alpha)$ 与其关联的 $F(x,\alpha)$是万有开折 $V(x,\alpha)$，即结构稳定函数。函数 $f(x,\alpha)=0=F_x(x,\alpha)\cong V_x(x,\alpha)$ 描述了该系统的平衡曲面。所以突变论仅涉及那些平衡态曲面 $f(x,\alpha)=0$ 具有一个万有

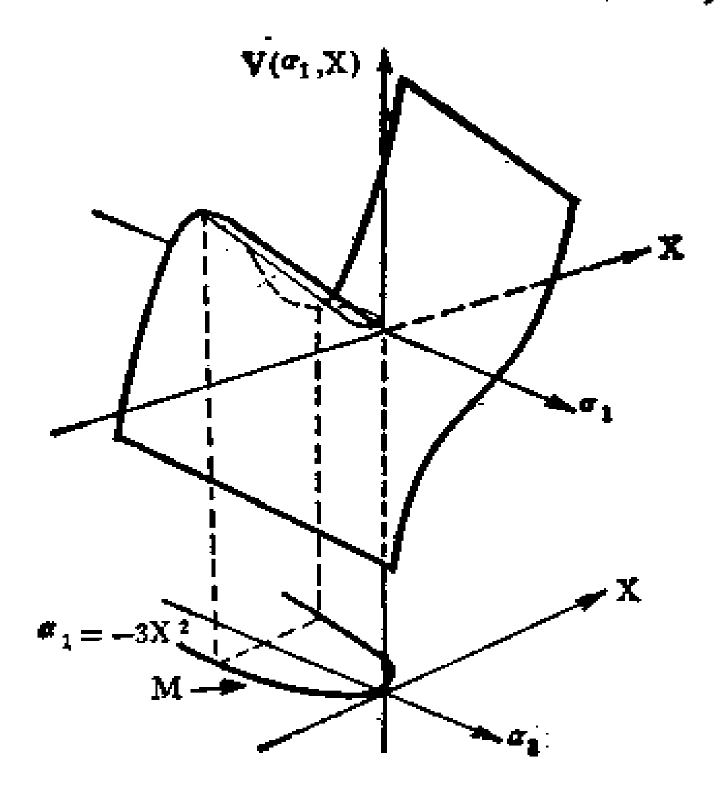


图 6.16 折叠突变

[资料来源] Ursprung (1982)p. 129.

① 尽管在其他学科中，这些称为势(Potentions)的函数$F(x,\alpha)$通常是可以定义的，但在大部分的应用中，动态经济学在形式上来说是以一个微分方程系统开始的。如果这些动态系统是梯度系统，那么驱动系统的一个势能自然存在。然而，若这样一个势能不能定义的话，突变论的应用可能是不恰当的。比势能存在性更弱的一个条件是一个稳定的李雅普诺夫函数的存在性，其存在性必须对每种不同的情况分别加以确定。

开折的平衡曲面形式的动态系统。

为了揭示这些平衡曲面的性质，有必要分析奇点集合S。在一维条件下该集合由

$$V_{xx}=0 \tag{6.2.5}$$

表示，即二阶导数一定等于零。① 从几何上看，奇点集合在参数空间中的投影称为分叉点集B。

通过对最简单的突变进行几何描述，把万有开折称为基本突变的理由很快就一目了然了。请考察一种解析上最简单的突变，即折迭突变。函数$V(x)=x^3+\alpha_1 x$的形状如图6.16② 所示。其平衡曲面定义为

$$M: 3x^2+\alpha_1=0 \tag{6.2.6}$$

所以平衡曲面是一条抛物线，其奇点集合是M的一个子集，可表述如下：

$$S: 6x=0 \tag{6.2.7}$$

由此可知，奇点集合由单个点($x=0$，$\alpha_1=0$)组成。另外，分叉点集也是单个点$\alpha_1=0$。

可以证明，$V(x,\alpha)$或$F(x,\alpha)$倾向于取其最小值。由此可知，对于一个给定的α_1，状态变量只要经过相应于平衡曲面前面分支的上面的脊部，就会“掉”入折叠部分。显然，下面的脊部是该系统的局部稳定的轨迹，而对于低于M的前面分支的状态变量值，该系统发生“坍塌”。③ 因此，只有图6.16中M的上面分支是局部稳定的。通过外部作用参数α_1从α_1'

① 在多维情况下，黑塞矩阵即二阶导数矩阵的行列式必须等于零。

② Ursprung (1982), p.129。

③ 这样说只是为了便于说明。准确地说，动态特性不再由基本突变论来确定，因为该理论只涉及局部稳定性。

越过α_1''增加到分叉点，可以看到α_1的可能平滑的变化在$\alpha_1=0$处引起突然跳跃或突变(参见图 6.17)。

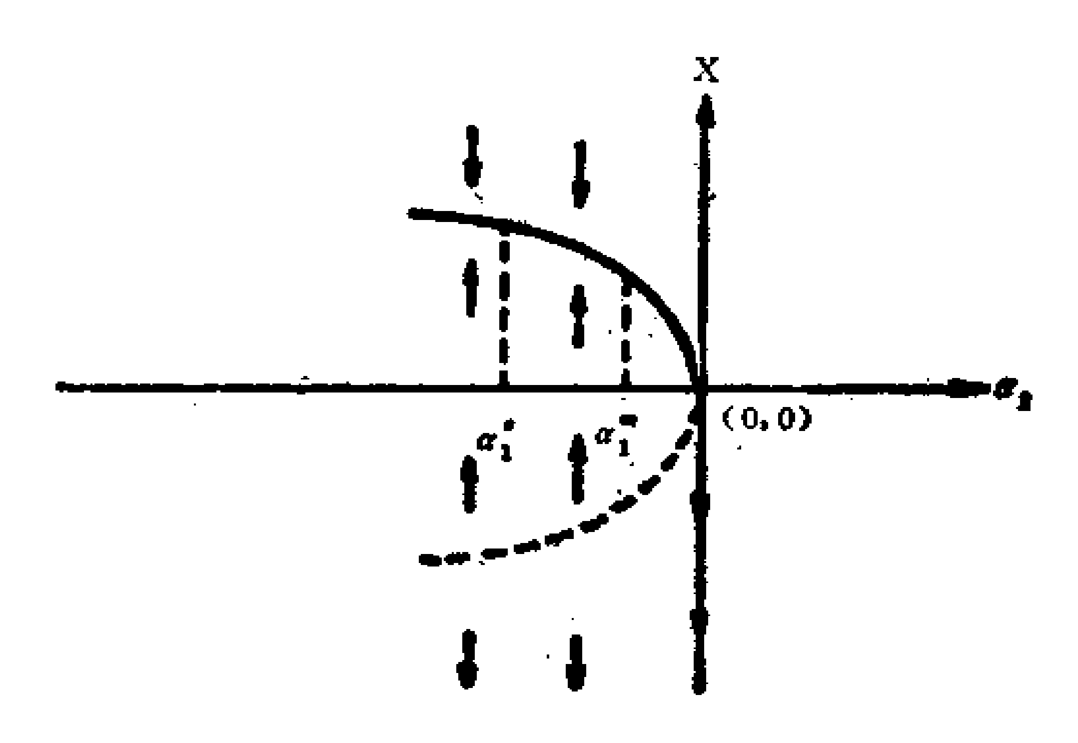


图 6.17 折叠的平衡曲面

第二种突变，即尖点是已经引起最大兴趣的突变之一，因为它描述了更为丰富的动态特性，而且仍然可以相当充分地用几何术语进行处理。开折

$$V(x)=x^4+\alpha_1x^2+\alpha_2x \tag{6.2.8}$$

的平衡曲面为

$$M:\ 4x^3+2\alpha_1x+\alpha_2=0 \tag{6.2.9}$$

奇点集合为

$$S:12x^2+2\alpha_1=0 \tag{6.2.10}$$

分叉点集可以通过从M和S中消失x得到，即

$$B:8\alpha_1^3+27\alpha_2^2=0 \tag{6.2.11}$$

注意，这恰好是平衡曲面方程的判别式。由此可知，分叉点

集方程意味着(6.2.9)有三个实根，如 $\alpha_1=\alpha_2=0$，则三根相同；如 $\alpha_1\neq\alpha_2$，则三根之中有两个相同。由于该开折是四维空间中的一个图形，尖点突变的几何说明必须从平衡曲面开始(参见图6.18)。

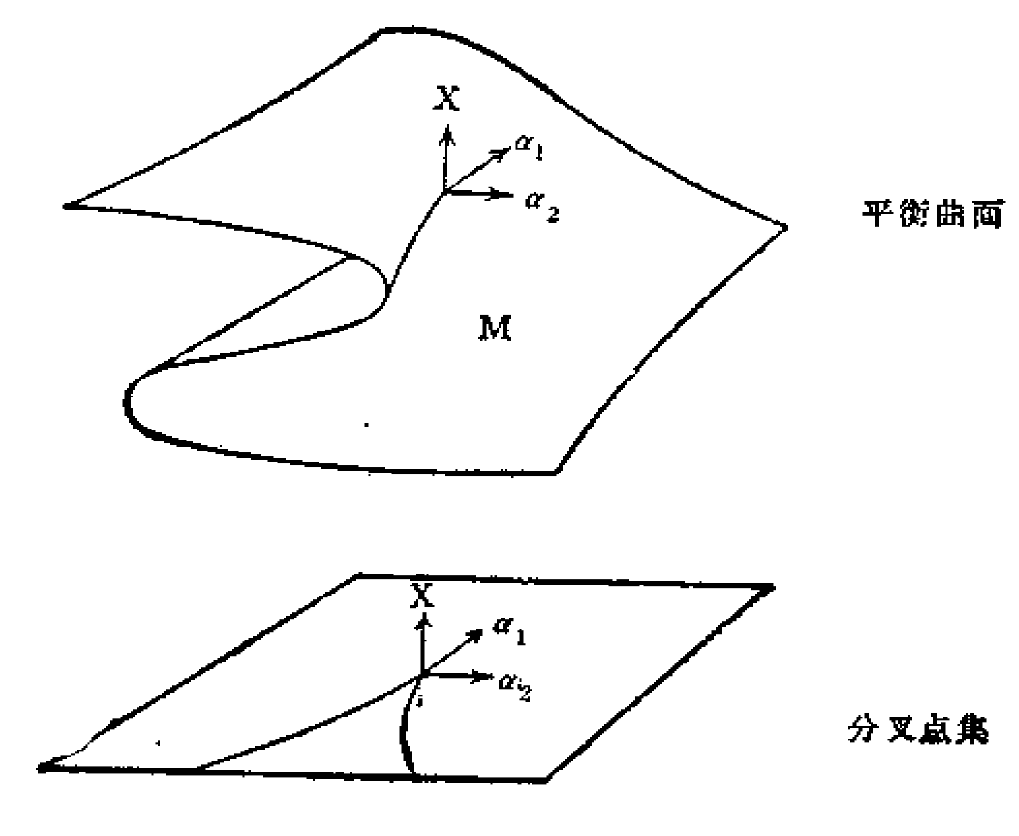


图 6.18 尖点突变

[资料来源] Saunders (1980), p. 43.

从分叉点集的形状中很快就能理解术语"尖点"突变的含义。注意到状态变量总是处于平衡曲面的"顶部"，就会理解只要参数发生变化使得状态变量在该曲面的上面部分移动之后在Ⅱ处(参见图6.19)到达奇点集，则在图6.18中变量 x 将跳下到 M 的下面部分。如果 α_2 的长期运动使得在 M 的下面部分发生从Ⅲ到 IV 的运动，那么在 IV 处将有另一个跳跃回到上面部分，此点也属于奇点集合。仅在参数空间中考虑这

些运动，就会知道每次从分叉集合内部穿过时都正好发生突变（参见图6.19）。

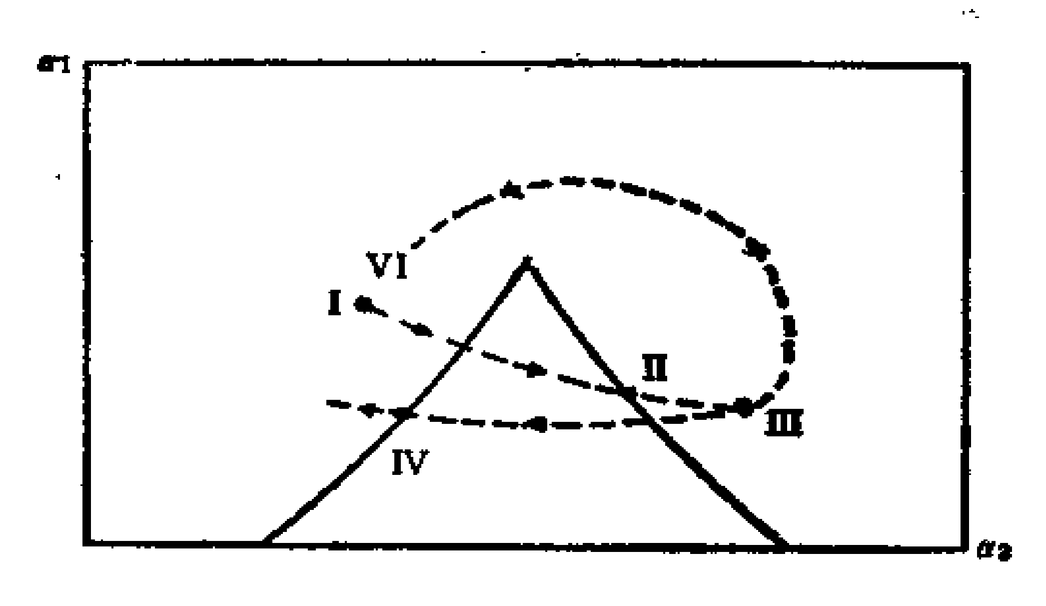


图 6.19 尖点突变中的运动

在参数 a_1 的变化非常缓慢且由 a_2 的运动所支配的假设之下，作为慢变量的参数的动态轨迹已经绘出。然而，一旦系统处于Ⅲ，那么 a_1 较迅速地运动进而通过围绕尖点的一条轨迹返回到上层的情况也会发生。在这种情况下，没有发生突变，因为这是从分叉点集外边穿过的。当然，实际上将通过哪一条轨迹取决于参数的调整速度。

其他不同的基本突变自然更加难以说明，要从图形上进行解释需要一个或更多参数保持不变。这些问题已超出了本书的范围，而且突变论的大部分应用与折叠或尖点有关，对于基本突变的详细论述，有兴趣的读者可以参阅 Poston/Stewart（1978）。

必须强调，基本突变具有局部特性，并且该理论实质上是考虑稳定不动点分叉到稳定和不稳定不动点的情况。有其

他类型分叉的系统一般不适于用突变论来处理。例如，出现极限环的系统(即系统有一个 Hopf 分叉) 在某些情况下缺乏一个稳定的李雅普诺夫函数。综合诸如极限环这样的动态现象可能是一个“一般”突变论的主题，它将包括所有类型的结构不稳定性。由于这种一般性目前还没有出现，所以像极限环这样的现象只能在关于系统的特殊假设下才能处理。例如，第 5.3.4 节介绍的范·德·玻尔振荡器可以视为一个代数上特定的卡尔多模型，其中就要求一个较强的阻尼，即在作为二阶微分方程的描述中，$\dot{Y}$ 的系数有一个高的值。①

以上关于突变论的介绍有助于揭示该理论的一些特性，有人甚至认为突变论完全不是一种理论。只要可以定义一个势，则在平衡曲面上的运动就取决于慢变量的动态性质。如果对这些慢过程的动态特性没有或多或少的了解，那么关于状态变量的实际动态特性就什么也得不到。而且，如果一个完整的动态系统已经被定义，那么突变论对系统的动态行为所能做的描述不会比诸如绝热逼近这样的描述更有启发性或更为确定。因此，突变论的大部分应用都可以在对系统的形式上的动态特性所知甚少的问题中找到。然而，突变论实际上能够揭示的是，一个确定的模型中能够提出的可能是最高的动态复杂性。例如，如果在数值研究中可以观测到一个封闭轨道，那么从突变论的研究中可以清楚地知道，试图解释这种实际现象的模型不可能具有折迭突变的类型，因为折迭的平衡曲面只允许彻底的突变。所以，封闭轨道至少要求一个尖点突变模型；而另一方面，又不能肯定这个模型仅仅出

① 作为一个尖点突变，范·德·玻尔振荡器的描述见Saunders (1980)，pp.68-72。

现轨道。在这个意义上说，如果对已知模型的结构不能考虑简单的解，那么突变论就可以被视为是排除某些类型动态行为的一种方法。因而，可以说突变论是一种“消极”的理论。

从突变论看卡尔多模型

突变论在经济周期理论中的一个早期应用起源于沃林(1977)的工作，他介绍了人们熟悉的卡尔多模型的一种扩展形式①

$$\begin{aligned}\dot{Y} &= \alpha[I(Y,K)-S(Y,K)]\\ \dot{K} &= I(Y,\ K)-D \\ \dot{W} &= \gamma(W^{*}-W)\end{aligned} \qquad (6.2.12)$$

其中W为“财富”,W^{*}为财富的长期均衡值，γ是财富的调整系数，D是自发的和恒定的折旧值。投资函数具有众所周知的卡尔多类型。假设储蓄以这样一种方式与财富负相关；即当财富增长时，不仅储蓄中与收入无关的部分而且储蓄的边际倾向都会下降（参见图6.20)。

因此，在图6.20中储蓄与投资曲线可能有一个或三个交点（取决于w的值)，这意味着不同的稳定性质。如果财富量很低，则函数之间只能有一个不依赖于K的量值的交点。然而，通过财富的增长，将到达一个交点，在此点处对于确定的K，商品市场上有多个平衡点存在。从图形上看，其形状看起来就像尖点突变（参见图6.18)。

① 实际上，沃林的工作起始于卡尔多模型通常的两维形式，并且在第二种形式中引入了财富。正如下面的讨论将要表明的那样，这个两维系统当然是(6.2.12)的一个特殊形式，而且如果把它嵌入一个三维表达式中，就可以更好地用突变术语加以理解。

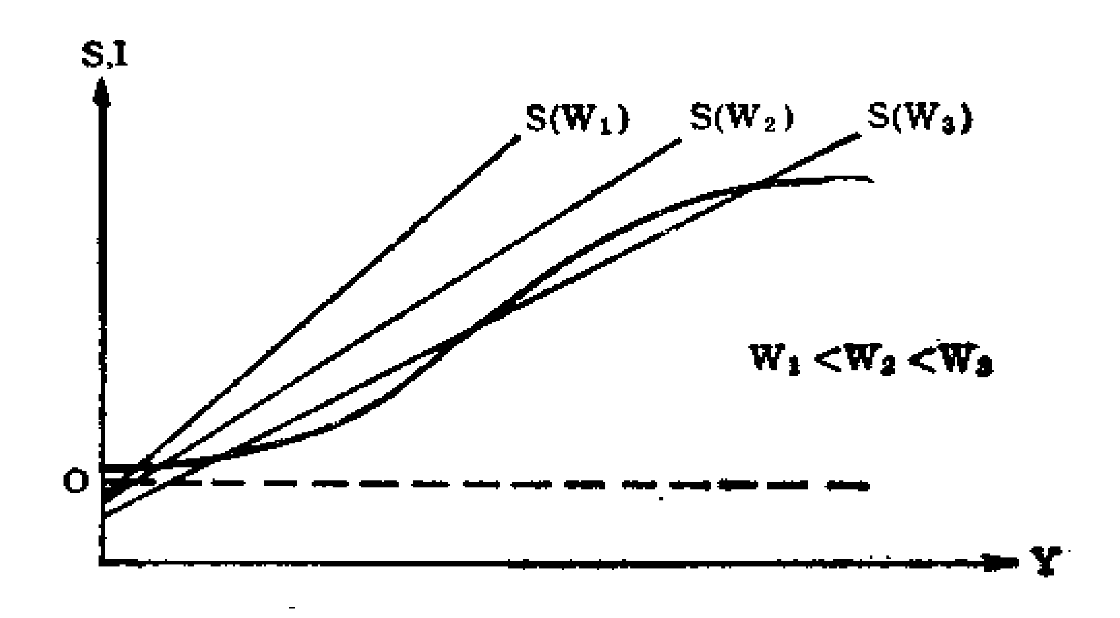


图 6.20 储蓄对财富的依赖关系

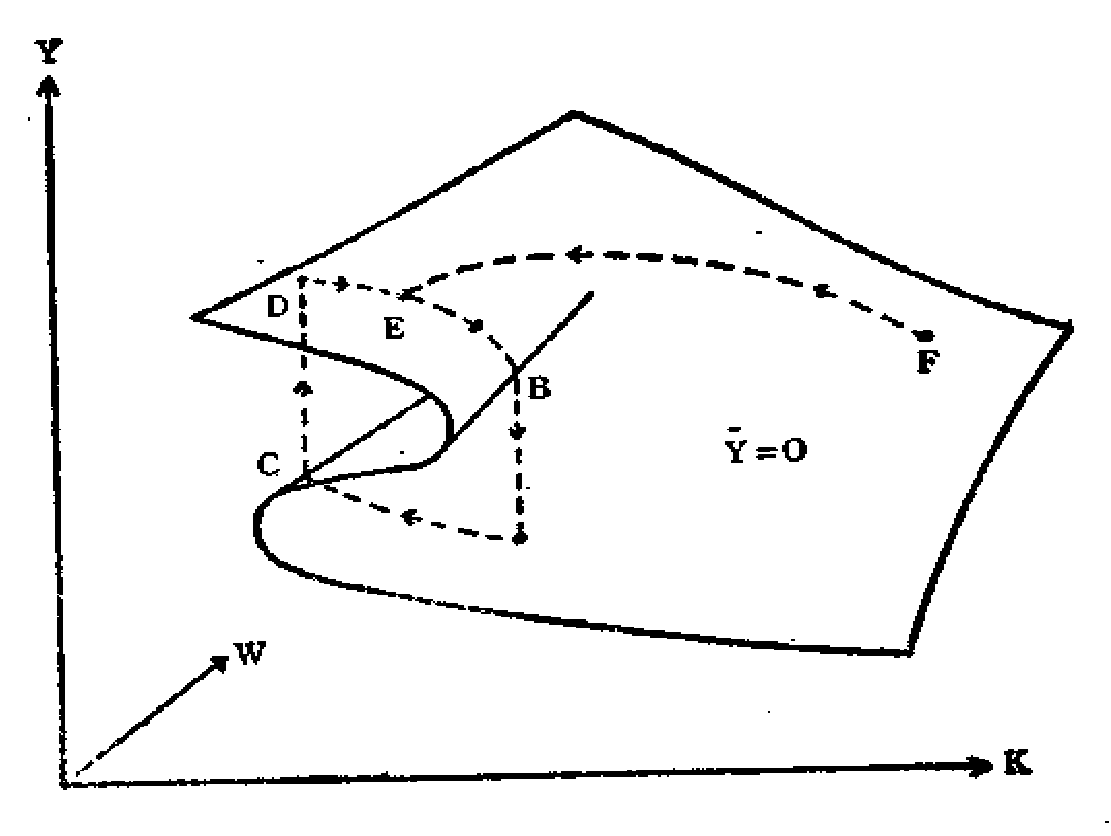


图 6.21 一个三维的卡尔多模型

显然，从前面观察该流形，如果假定w取一个固定值，则这个模型的$\dot{Y}=0$曲面与原来的卡尔多模型的曲面是相同的。如果把变量K和W视为非常慢的变量，那么流行$\dot{Y}=0$确实描绘了在每个时点处的系统状态。

请回忆一下，如果把突变论用于有一个Hopf分叉的动态系统可能会有问题，那么构造这样一个定态平衡点是有用的，

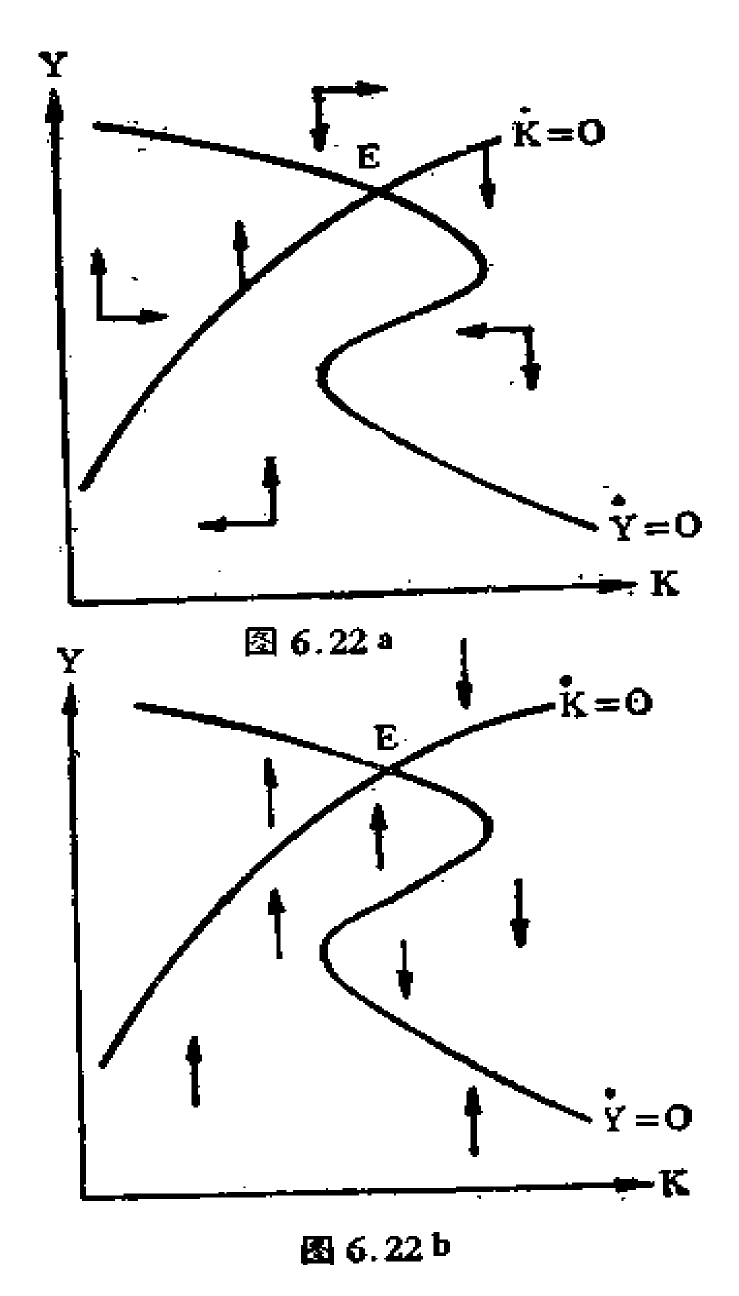


图 6.22 a

图 6.22 b

该点是完整系统的一个局部稳定的不动点（参见图6.21中的E点）。

通过考察商品市场调节方程，不难看出系统总是运转在流形的顶部。设W在一段时间中固定在一个高水平上。在一个局部稳定不动点的假设下，卡尔多模型的通常相空间如图6.22a所示，而图6.22b表示了当商品市场中的调整速度相对于资本的隐含调整速度而言趋向于无穷大时的动态特性。可见，在$\dot{Y}=0$具有正斜率的那一部分是排斥性的，这意味着在图6.21中状态变量Y总处于流形的顶部。对于该流形上的Y，系统的动态特性完全由慢变量的动态特性所决定。当W仍然固定时，就可以产生一个完整的周期。①假设平衡点E有一个小的外部扰动(参见图6.23)。若扰动非常小，那么按照K的动态特性，系统很快返回到E点。然而，只要K增大并越过B点，就会出现突变，于是收入跌落到$\dot{Y}=0$的下面的

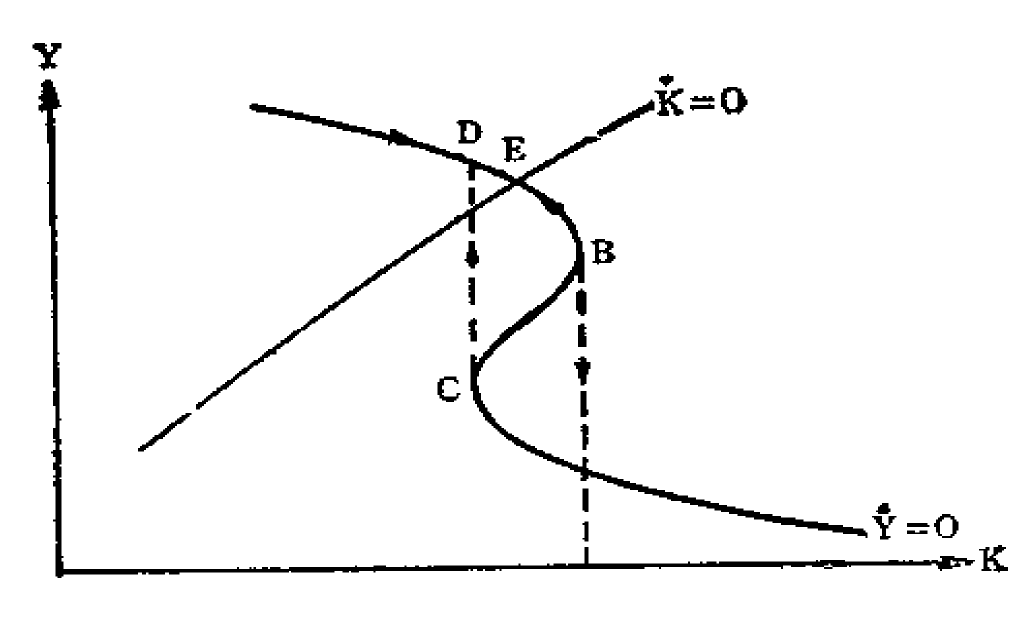


图 6.23 模型中的单一轨道

① 这个正好只有单一振荡的周期被称为滞后(hysteris)周期。

分支。接着开始沿$\dot{Y}=0$缓慢运动直到到达分叉点C，在此点出现另一个突变，于是Y又跳回到上面分支。渐渐地，Y将趋向回到平衡点E，从而完成整个过程。因此，存在一个由外生冲击所激发的只有一个单循环的周期。

尽管这个基本的两维方式没有提出新的结论，然而它却反映出突变论在考虑有一个可变财富量的完整系统时的优点：起动循环运动所必需的外生冲击，不仅使资本存量发生变化，而且也使得财富发生剧烈变化。例如，沃林假定股票市场出现了一次突然的崩溃，这种巨变通过利率能够剧烈地影响对财富的估价。只要财富减少的程度小到仍使财富大于相应于尖点的量，那么仍然可以得到上述的突变周期。然而，如果这次崩溃强烈到一定程度，那么财富就可能减小到尖点值以下。取决于资本和财富调节速度的相对值，可能会出现通过围绕尖点的一条轨迹返回到长期平衡态的情况（参见图6.24）。由于只有从分叉集内部穿过时才能出现突变，显然在上述情况下不会发生突变。通常，在流形M的非奇点部分围绕尖点的轨迹要比在奇点集上的突变轨迹要花更多的时

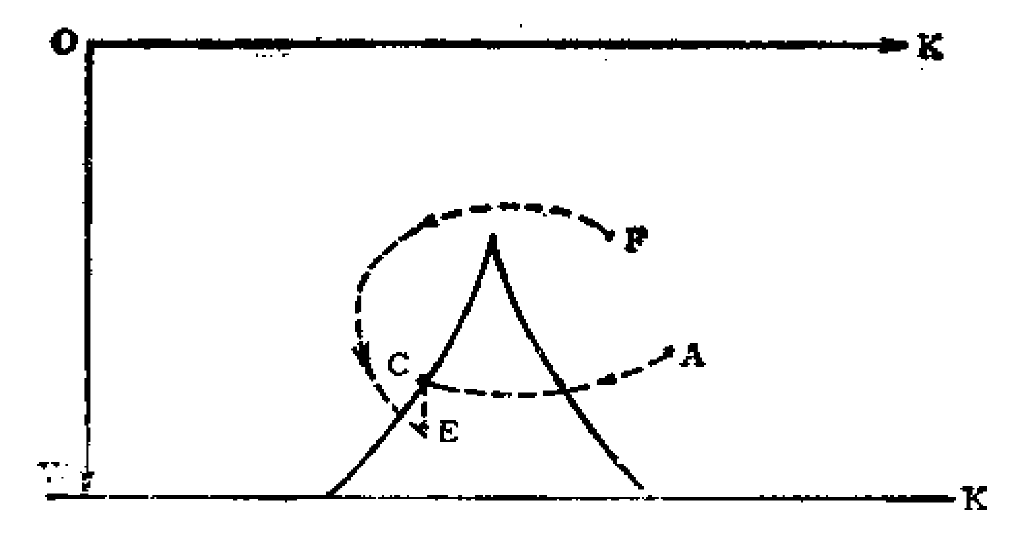


图 6.24 快速和缓慢返回平衡点

间，从经济意义上看，这可以分别解释为萧条(即缓慢恢复)或衰退(即快速返回平衡值)。在图 6.25 中，Y 和时间的对应图形说明了这两种可能的恢复方式。

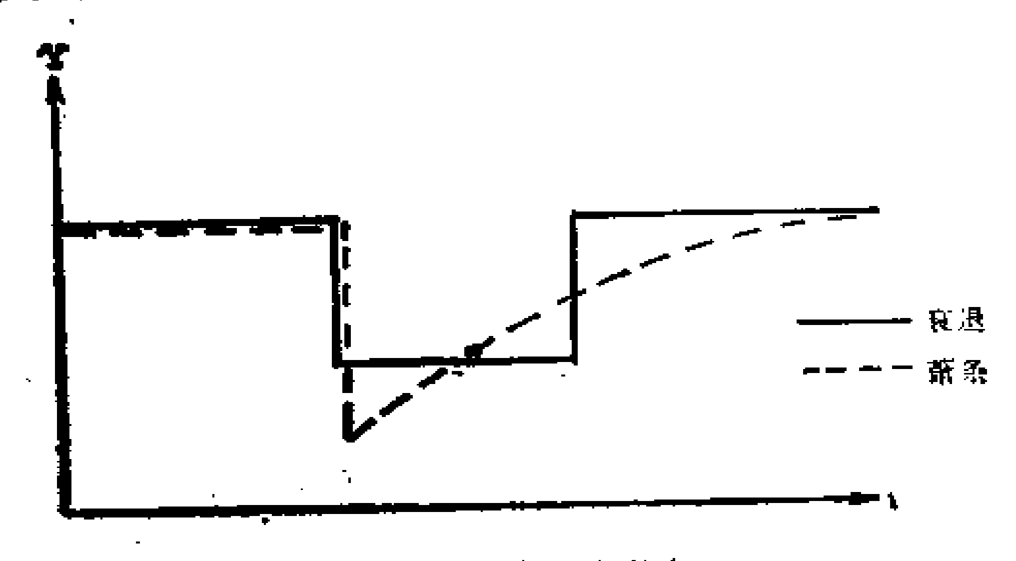


图 6.25　衰退和萧条

如果动态系统的模型化使得长期定常平衡点是局部不稳定的，即当平衡点处于该流形的向上倾斜部分，可能会出现内生周期（参见图6.26)。正如在引言中所指出的，如振荡器

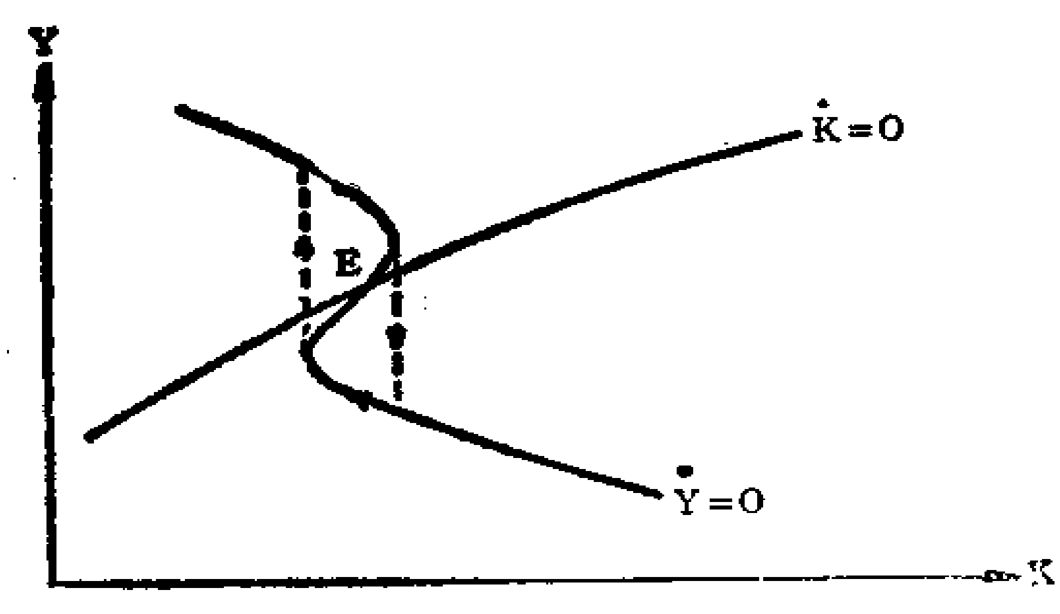


图 6.26　突变和不稳定平衡态

中阻尼足够大，就可以应用突变论。在卡尔多模型中，当表达式(I_Y-S_Y)较小时，情况就是这样。①

当然，不应把这种“周期”行为与调和振荡相混淆，如系统由分叉产生极限环就会引起调和振荡。②

在卡尔多模型(即原来的三维模型)中应用突变论，对这个标准的经济周期模型基本上没有提出什么新见解，但是作为基本概念的一种说明还是非常合适的。在经济学中运用突变论的其他例子中，布兰德(Blad)(1981)在研究马林沃德模型〔(Malinrand (1977))的动态特性时提出的一个非平衡态模型在这方面特别有意义。该论文是突变论起指导作用的一个例子：一个配给型经济的静态马林沃德模型描述了一个高度集中的经济体系，根据其生产状况可以对它的价格和工资配给方式的四种不同类型作出区分；这一模型必须摆脱所谓的消费不足区域，在该区域中企业在商品市场和劳动力市场两个方面都受到配给。由于没有库存，生产函数的存在性不允许这种双重的配给。通常认为这个区域被压缩到抑制型通货膨胀(repressed inflation)和凯恩思失业状况相邻区域之间的边界。尽管马林沃德模型在宏观经济学的研究中是非常有用的，但如果按照通常的超额需求假设对价格和工资的变化建立模型的话，那么上述模型在概念上的缺陷将导致其向量场的不连续性。布兰德提出了这样一个问题：对最简单的动态特性应如何建立模型，才能使价格和工资的解轨迹在此边界的领域中是光滑的，由此他引入了折叠突变动态性，在某些假定

① 对黎纳德-范·德·玻尔振荡器的处理见第5.3.4.2节。

② 参照George (1981)的一个卡尔多型三维系统，它与沃林的模型非常相似，并且假定有一个不稳定的长期平衡点。

之下这确实给出了所期望的结果。这篇论文在方法论上是重要的，因为它揭示了突变论的启发性特征，这一点在该文对完全缺乏任何经济意义的势能的形式化中表现得很明显。①

在Fischer/Jammernegg(1986)中可以找到用突变论对“滞胀”现象进行的实证研究。

结构不稳定性和经济周期理论：总结

以上几节所介绍的研究方法和工具揭示了这样一个事实：动态现象是多种多样的，它们远远超出了用标准的乘数-加速数经济周期模型所能把握的那些动态现象的范围，尽管这些模型仍然充斥着宏观经济教科书的有关章节。虽然所有线性经济周期模型以及非线性模型运用标准方法所作的全部分析，充其量只不过能够揭示有定常频率的调和振荡；但是，像分叉到封闭轨道和环面、混沌动力学或突变论这样一些概念，则表明在动态经济系统和经济周期理论中考虑这些方法和概念是有必要的。甚至在非常简单的——而且经常是相当任意的——经济周期模型中，也可以看到在没有太多地涉及奇异的或病态的假设的情况下，这些现象仍然存在。当用线性经济周期模型来描述具有典型不规则性的实际时间序列时，该模型的明显缺陷经常受到责难，因为这些模型全都提出在调和函数上应该迭加外部的随机影响；然而，这里所介绍

① 对于马林沃德模型中的光滑动态特性的问题请参见Blad/Zeeman(1982)。

的准周期的或混沌的运动却能够内生地产生时间序列，且其与实际经验中的时间序列没有什么区别。这似乎对动态经济系统提出了一种补充的看法。一旦进入了非线性领域——并且也绝对没有任何经济意义上的理由，只限于考虑线性的情况——就必须考虑到对于绝对确定性的模型（在模型结构和行为函数确定性的具体意义上）只要适当地选择某些参数，几乎可以产生所有类型的动态行为。而且，只要一些动态系统中的某些参数已经给定，就不可能以确定的精度跟踪未来的动态轨迹，因为计算设备在技术上的局限性意味着避免这些系统对初始条件的敏感性从原理上来说是不可能的。由于从来都不可能以绝对的精度得知经济变量的数值，因此在这些系统中长期预测可能会被抛弃。

初看起来，在经济学的发展中，这些“奇怪”动态特性的影响似乎是相当消极的。如果经济学的任务不仅是描述和解释历史上出现的经济现象，而且还要为现实经济中未来事件的预报提供依据的话，那么上述内生形成的奇异现象的出现可能会导致经济学的失误。特别是在计量经济学中，如果不可能由逻辑结构做出精确的预测的话，那么最复杂的模型结构和参数的估计看来都是多余的。

前文的本意似乎是这样的：如果一个模型设计者确信实际的时间序列通过给其迭加上随机影响基本上呈现出调和性，并且由此可以在一定限度内进行预测的话，那么他就会专注于检查模型可能具有的不规则性，并且会明确地排除适当的参数组合。当这种做法没有经济意义时，如仍以寻找调和性为条件，那么就必须拒绝这样的模型。

混沌动态系统的积极方面在于，事实上，这些系统可以在

无须涉及任意假设的外部影响的前提下，产生形式上的随机时间序列。尽管完全否认外部力量的影响肯定是不合适的，但经济周期的解释不应该主要依赖于外部力量。周期的不规则成份至少应该部分地由内在的动态特性来解释。所以，混沌动态系统的应用可能在分析过去的经济周期中是富有成效的。

一般来说，动态系统必须是结构稳定的才会有意义。与实验科学一样，如果实验在一个最低限度地变化的环境中被重复的话，那么描述性模型一定会得到相同的定性结果。从这个主张中明显可以得到对真实系统的本质所持的态度是确信它们在这种结构的意义上确实是稳定的。如果真实情况是稳定的，则只要系统不是在分叉值的领域中运转，那么结构不稳定系统仍然相当适合于描述实际现象。①

然而，现实的经济未必是结构稳定的。确信一个实际系统在环境发生微小变动时，不会导致其在性质上有巨大差别的不同行为出现，这是来源于19世纪的“机械论”的遗产。在基本上是由偏爱确定的调和性思想的世界观的指导下，那些不能用通常的模型来解释的复杂现象，或许会导致这样一种假设：在分析中可以忽略掉那些实际发生作用的影响，或者会导致这样一种看法——被迭加上了纯粹随机影响的动态特性在本质上是调和的。然而，在现代物理学中不同结构不稳定系统的实验例证，它们提出了要对真实情况所持的基本态度予以修正。协同学的理论及其跨学科领域，②耗散结构热力

① 实际上，必须精确地确定所考虑的是结构稳定性的哪一种定义。本书中所用的结构稳定性定义只是几个概念之一。关于结构稳定性的不同概念及其对经济理论的含义的讨论见Vercelli(1984)，附录。

② Haken (1983b).

学理论① 等等，它们构成了以综合的方式对观察到的结构不稳定性建立模型的基本方法。尽管，甚至在许多情形下，在“硬”科学中运用结构不稳定模型也是合适的，②然而结构不稳定性的概念在动态经济现象的描述中也可能是相当诱人的。其实，韦尔切利(1984)已经强调指出，马克思、熊彼特以及凯恩斯的工作可以用结构不稳定性的普遍概念重新加以解释。尽管区分动态不稳定性和结构不稳定性并不总是容易的，但显而易见，对一个进化经济体系进行的熊彼特式分析是由结构不稳定性的一个隐含概念所指导的。如果经济被理解为一个耗散动态系统——即持久地经受能量的注入和损失的系统，那么，熊彼特式的创新的冲击就可以被视为是导致不同性质动态行为的能量补充。当一个没有创新的经济被强迫保持在(不利的)稳定平衡态时，创新的冲击能够引起离开平衡态的周期行为。具有这类行为的经济与物理学和生物学中的现象相类似，并且在动态经济学中应用自组织③的适当概念也是有诱惑力的。④ 尽管对这种方法的实用性下最终结论似乎是草率的，但在经济学中，对结构不稳定系统的研究确实可能是未来研究中富有成果的主题，并且它可以对目前主宰着动态经济学的基本的均衡论和机械论的世界观进行建设性的扩充。

---

① Glausdorff/Prigogine(1977)。

② 注意到在这个范畴中，在经济学中主要用于最优增长模型的力学中的哈密尔顿动力学是典型的结构不稳定的，见 Abraham/Marsden (1980)。

③ 详见Haken (1983a)或Glansdorff/Prigogine (1977)。

④ 参阅 Fehl (1983)和Silverberg (1984)。

参 考 文 献

Abraham, R. M./ Marsden, J. E. (1978): Foundations of Mechanics. Reading, Mass.: Benjamin/Cummings.

Allen, R. G. D. (1963): Mathematical Economics. London: MacMillan.

Allen, R. G. D. (1967): Macroeconomic Theory. London: MacMillan.

Alexander, J. C./ Yorke, J. A. (1978): Global Bifurcation of Periodic Orbits. American Journal of Mathematics, 100, pp. 263-292.

Alexander, S. S. (1958): Rate of Change Approaches to Forecasting -Diffusion Indexes and First Differences. Economic Journal, 68; reprinted in: Readings in Business Cycles (1966), pp. 626-640.

Andronov, A. A./ Chaikin, C. E. (1949): Theory of Oscillations. Princeton: Princeton University Press.

Arneodo, A./ Coullet, P./ Tresser, C. (1982): Oscillations with Chaotic Behavior: An Illustration of a Theorem by Shil'nikov. Journal of Statistical Physics, 27, pp. 171-182.

Arnold, V. I. (1984): Catastrophe Theory. Berlin-Heidelberg-New York: Springer.

Arrow, K. J./ Hahn, F. H. (1971): General Competitive Analysis. San Francisco: Holden-Day.

Assenmacher, W. (1984): Lehrbuch der konjunkturtheorie. München-Wien: Oldenbourg.

Baumol, W. J.(1958):Topology of Second Order Linear Difference Equations With Constant Coefficients. Econometrica, 26, pp. 258-285.

Baumol, W. J. (1970): Economic Dynamics. 3rd ed., New York: MacMillan.

Begg, D. K. H. (1982): The Rational Expectations Revolution in Macroeconomics. Baltimore: John Hopkins Press.

Begg, D. K. H. (1983): Rational Expectations and Bond Pricing: Modelling the Term Structure with and without Certainty Equivalence. Economic Journal, 94, suppl., pp. 45-58.

Benaasy, J. P. (1982): The Economics of Market Disequilibrium. New York: Academic Press.

Benassy, J. P. (1984): A Non-Walrasian Model of the Business Cycle. Journal of Economic Behavior and Organization, 5, pp. 77-89.

Benhabib, J./Day, R. H. (1980): Erratic Accumulation. Economic Letters, 6, pp. 113-117.

Benhabib, J./Day, R. H. (1981): Rational Choice and Erratic Behaviour, Review of Economic Studies, 48, pp. 459-471.

Benhabib, J./ Miyao, T. (1981): Some New Results on the Dynamics of the Generalized Tobin Model. International Economic Review, 22, pp. 589-596.

Benhabib, J./ Nishimura, K. (1979): The Hopf-bifurcation and the Existence of Closed Orbits in Multisector Models of Optimal Economic Growth. Journal of Economic Theory, 21, pp. 421-444.

Bergstrom, A, R. (1972): A Model of Technical Progress, the Production Function and Cyclical Growth. Economica, 29, pp. 357-370.

Black, S. W./ Russel, R. R. (1969): An Alternative Estimate of Potential GNP. Review of Economic Studies, 51, pp. 70-76.

Blad, M. C. (1981): Exchange of Stability in a Disequilibrium Model. Journal of Mathematical Economics, 8, pp. 121-145.

Blad, M. C./ Zeeman, E. C. (1982): Oscillations between Repressed Inflation and Keynesian Equilibria Due to Inertia in Decision Making. Journal of Economic Theory, 28, pp.165-182.

Blinder, A. S./ Fischer, S. (1981): Inventories, Rational Expec-

tations, and the Business Cycle. Journal of Monetary Economics, 8, pp. 277-304.

Boldrin, M. (1984): Applying Bifurcation Theory: Some Simple Results on Keynesian Business Cycles. DP 8403 University of Venice.

Boyce, W. E. /DiPrima, R. L. (1977): Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. 3rd. ed., New York: Wiley.

Branson, W. H. (1979): Macroeconomic Theory and Policy. 2nd. ed., New York: Harper and Row.

Breuss, F. (1982): Potential Output und gesamtwirtschaftliche Kapazitätsauslastung. Monatsberichte des österreichischen Instituts für Wirtschaftsforschung, 2, 1982, pp. 104-118.

Broida, A. L. (1955): Diffusion Indexes. The American Statistician, 9, pp. 7-16.

Brunner, K./ Cukierman, A. / Meltzer, A. H. (1980): Stagflation, Persistent Unemployment and the Permanence of Economic Shocks. Journal of Monetary Economics, 6, pp. 467-492.

Brunner, K./ Cukierman, A./ Meltzer, A. H. (1983): Money and Economic Activity, Inventories and Business Cycles, Journal of Monetary Economics, 11, pp. 281-319.

Burns, A. F. (1954): The Frontiers of Economic Knowledge Princeton University Press.

Burns, A. F. / Haavelmo, T. (1968): Business cycles. In: International Encyclopedia of the Social Sciences. Vol. 2, pp.226-249.

Burns, A. F. / Mitchell, W. C. (1946): Measuring Business Cycles, Studies in Business Cycles No. 2, National Bureau of Economic Research New York.

Cagan, P. (1956): The Monetary Dynamics of Hyperinflation. In: Friedman, M. (ed.): Studies in the Quantity Theory of Money. Chicago: The University of Chicago Press.

Carter, M./ Maddock, R. (1984): Rational Expectations. Macroeconomics of the 1980s? London: MacMillan.

Chang, W. W./ Smyth, D. J. (1971): The Existence and Persis tence of Cycles in a Non-Linear Model: Kaldor's 1940 Model Re-examined, Review of Economic Studies, 38, pp. 37-44.

Christiano, L. J. (1981): A Survey of Measures of Capacity Utilization, IMF Staff Papers, 28, pp. 144-198.

Clark, C. W. (1976): Mathematical Bioeconomics. New York: John Wiley.

Clark, J. M. (1917): Business Acceleration and the Law of Demand: A Technical Factor in Economic Cycles. Journal of Political Economy, 25, pp. 217-235.

Clower, R, W. (1965): The Keynesian Counterrevolution: A Theoretical Appraisal. In: Hahn, F: H/Brechling, F. P.R. (eds.) The Theory of Interest Rates. London; Macmillan.

Coddington, E. A./ Levinson, N. (1955): Theory of Ordinary Differential Equations. New York: MacGraw-Hill.

Collet, P./ Eckmann, J.-P. (1980): Iterated Maps on the Interval as Dynamical Systems. Basel-Boston: Birkhaeuser.

Cugno, F. / Montrucchio, L. (1982a): Stability and Instability in a Two Dimensional Dynamical System: a Mathematical Approach to Kaldor's Theory of the Trade Cycle. Jn: Szegoe, G. P. (ed): New Quantitative Techniques for Economic Analysis, New York: Academic Press, pp. 265-278.

Cugno, F./ Montrucchio, L. (1982b): Cyclical Growth and Inflation: a Qualitative Approach to Goodwin's Model with Money Prices. Economic Notes, 11, pp. 93-107.

Cugno, F. / Montrucchio, L. (1984): Some New Techniques for Modelling Non Linear Economic Fluctuations: A Brief Survey.In: Goodwin, R. M. et al. (1984), pp. 146-165.

Dana, R. A. / Malgrange, P. (1984): The Dynamics of a Discrete Version of a Growth Cycle Model, In: Ancot, J. P. (ed.);

Analysing the Structure of Economic Models. The Hague: Martinus Nijhoff, pp. 205-222.

Davidson, P. (1984): Reviving Keynes' Revolution. Journal of Post Keynesian Economics, 6, 1984, pp. 561-575.

Day, R. H. (1978): Cobweb Models with Explicit Suboptimization In: Day, R. H./ Cigno, A. (eds.): Modelling Economic Change: The Recursive Programming Approach. Amsterdam: North Holland.

Day, R. H. (1982): Irregular Growth Cycles. American Economic Review, 1982, 72, pp. 406-414.

Day, R. H. (1983): The Emergence of Chaos from Classical Economic Growth. Quarterly Journal of Economics. 98, pp. 201-213.

Day, R. H. (1984): Disequilibrium Economic Dynamics. Journal of Econmic Behaviour and Organisatioa, 5, pp. 57-76.

Day, R. H. (1986): Unscrambling the Concept of Chaos Through Thick and Thin: Reply. Quarterly Journal of Economics, 101. pp. 425-426.

Day, R. H./Shafer, W. (1986): Keynesian Chaos. Journal of Macroeconomics, 7, pp. 277-295.

De Baggis, H. F. (1952): Dynamical Systems with Stable Structures. In: Lefschetz, S. (ed.): Contribution to the Theory of Non-Linear Oscillations. Vol. II., pp. 37-59. Princeton University Press.

Debreu, G. (1959): Theory of Value. New Haven-London: Yale University Press. De Foville, A. (1888): Essai de Météorologie Economique et Sociale (1), Journal de la Société de Statistique de Paris, 29, pp. 243-249.

Dernburg, T. F./ Dernburg, J. D. (1969): Macroeconomic Analysis. Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Desai, M. (1973): Growth Cycles and Inflation in a Model of the Class Struggle. Journal of Economic Theory, 6, pp. 527-

545.

Deutsche Bundesbank (1973): Das Produktionspotential in der Bundesrepublik Deutschland. Monatsberichte, 25, No. 10, pp. 28-34. English Translation in Deutsche Bundesbank (1973), Monthly Reports.

Deutsche Bundesbank (1981): Neuberechnung des Produktionspotentials für die Bundesrepublik Deutschland. Monatsberichte, 33, pp.32-38.

Diamond, P. A. (1965): National Debt in a Neoclassical Growth Model. American Economic Review 55, pp. 1126-1150.

Diamond, Phil (1976): Chaotic Behaviour of Systems of Difference Equations. International Journal of Systems Science, 7, pp. 953-956.

Dornbusch, R. / Fischer, S. (1978): Macroeconomics. New York: McGraw-Hill.

Downs, A. (1959): An Economic Theory of Democracy. New York: Harper.

Dumenil, G. / Levy, D. (1985): The Dynamics of Competition: A Restoration of the Classical Analysis. Mimeo: CEPREMAP.

Dumenil, G./ Levy. D. (1986): The Macroeconomics of Disequilibrium: A Classical View. Mimeo: CEPREMAP.

Economic Report of the President together with the Annual Report of the Council of Economic Advisors. Washington, D. C., 1962.

Economic Report of the President together with the Annual Report of the Council of Economic Advisors. Washington, D. C., 1977.

Eigen, M./ Winckler, R. (1975): Das Spiel. München: Piper.

Evans, M. K. (1969): Macroeconomic Activity. New York: Harper and Row.

Fehl, U. (1983): Die Theorie dissipativer Strukturen als Ansatzpunkt für die Analyse von Innovationsproblemen in alterativ-

en Wirtschaftsordnungen. In: Schüller, A. et al. (eds.): Innovationsprobleme in Ost und West. Stuttgart: Fischer.

Feigenbaum, M. (1978): Quantitative Universality for a Class of Non-Linear Transformations. Journal of Statistical Physics, 19, pp. 25-52, and 21, pp. 669-706.

Fischer, E. O./ Jammernegg. W. (1986): Empirical Investigation of a Catastrophe Extension of the Phillips-curve. Mimeo: University of Graz.

Fischer, S. (ed.) (1980a): Rational Expectations and Economic Policy. Chicago: The University of Chicago Press.

Fischer, S. (1980b): On Activist Monetary Policy with Rational Expectations. In: Fischer, S. (1980a), pp. 211-247.

Flaschel, P. (1984): Some Stability Properties of Goodwin's Growth Cycle. A Critical Elaboration. Zeitschrift für Nationalökonomie, 44, pp. 63-69.

Flaschel, P. (1985): Macroeconomic Dynamics and Effective Demand. Some Corrections. Metroeconomica, 37, pp. 135-156.

Flaschel, P./ Krüger, M. (1984): Endogenous Aspirations in a Model of Cyclical Growth. Richerche Economiche, 38, pp. 598-612.

Flaschel, P./ Semmler, W. (1985): Classical and Neoclassical Competitive Adjustment Processes. Mimeo: University of Bielefeld.

Frey, B. S. (1978): Politico-Economic Models and Cycles: Journal of Public Economics, 9, pp: 203-220.

Frey, B. S./ Garbers, H. (1972): Der Einfluß wirtschaftlicher Variablen auf die Produktivität der Regierung. Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, 186, pp. 281-295.

Frey, B. S./ Kirchgaessner, G (1977): A Basic Dilemma in Democracy. DP 95, Department of Economics, University of Konstanz.

Frey, B. S./ Lau, L. Y. (1968): Towards a Mathematical Model

of Government Behaviour. Zeitschrift für Nationalökonomie, 28, pp. 355-380.

Frey, B. S./ Ramser, H.-J. (1976): The Political Business Cycle: A Comment. Review of Economic Studies, 43, pp. 553-555.

Frey, B. S./ Schneider. F. (1978a): An Empirical Study of Politico-Economic Interaction in the United States. Review of Economics and Statistics, 60, pp. 174-183.

Frey, B. S./ Schneider, F. (1978b): A Politico-Economic Model of the United Kingdom, Economic Journal, 88, pp. 243-253.

Friedman, B. M. (1979): Optimal Expectations and the Extreme Information Assumption of "Rational Expectations" Macromodels. Journal of Monetary Economics, 5, pp. 23-41.

Friedman, M. (1968): The Role of Monetary Policy. American Economic Review, 58, pp. 1-17.

Gabisch, G. (1980): Konjunktur und Wachstum. In: Kompendium der Wirtschaftstheorie und Wirtschaftspolitik, Band 1, pp. 275-332. 2nd. ed. (1984). München, Vahlen.

Gabisch, G. (1984): Nonlinear Models of Business Cycle Theory. In: Hammer, G./ Pallaschke, D. (eds.), (1984): Selected Topics in Operations Research and Mathematical Economics. Berlin-Heidelberg-New York: Springer, pp. 205-222.

Gabisch, G. (1985): Nichtlineare Differenzengleichungen in der Konjunkturtheorie. In: Gabisch, G./v. Trotha, H. (1985), pp. 5-25.

Gabisch, G./v. Throtha, H. (1985)(eds.): Dynamische Eigenschaften nicht-linearer Differenzengleichungen und ihre Anwendungen in der Oekonomie. GMD-Studien, 97, Sankt Augustin.

Gaertner, W. (1986): Zyklische Konsummuster. Jahrbücher ,für Nationalökonomie und Statistik. 201, pp. 54-65.

Gater, R. (1931): Die Konjunkturprognose des Harvard-Institutes. Zürich: Ginberger.

General Business Conditions. Review of Economic Statistics and Supplements.

George, D. (1981): Equilibrium and Catastrophes in Economics. Scottish Journal of Political Economy, 28, pp. 43-61.

Georgescu-Roegen, N. (1971): The Entropy Law and Economic Progress. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Gerard-Varet, L. A./ Jordan, R./ Kirman, A. (1984): Rational Expectations Equilibria with Stochastic Quantity Rationing. Paper presented at the ESEM, Madrid 1984.

Glansdorff, P./ Prigogine, I. (1977): Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations. London-New York:Wiley.

Goldberg, S. (1958): Introduction to Difference Equations. New York: Wiley.

Goodwin, R. M. (1951): The Non-linear Accelerator and the Persistence of Business Cycles. Econometrica, 19, pp. 1-17.

Goodwin, R. M. (1967): A Growth Cycle. In: Feinstein, C. H. (ed.): Socialism, Capitalism and Economic Growth. Cambridge: Cambridge University Press 1969. Revised version in: Hunt E. K./ Schwarz, J. G. (eds.) (1969): A Critique of Economic Theory, pp. 442-449, Harmondsworth: Penguin.

Goodwin, R. M./ Krüger, M./ Vercelli, A. (eds.) (1984): Nonlinear Models of Fluctuating Growth. Berlin-Heeidelberg-New York: Springer.

Gordon, R. A. (1952): Business Fluctuations. New York: Harper & Brothers.

Gordon, R. J. (1973): The Welfare Cost of Higher Unemployment. Brookings Papers on Economic Activity, 1973, 1, pp. 133-195.

Grandmont, J.-M. (1985): On Endogenous Competitive Business Cycles. Econometrica, 53, pp. 995-1045.

Grandmont, J.-M./ Laroque, G. (1985): Stability of Cycles and Expectations. CEPREMAP 8519.

Granger, C. W. J./ Hatanaka, M. (1964): Spectral Analysis of Economic Time Series. Princeton University Press.

Guckenheimer, J. (1973): Bifurcation and Catastrophe. In: Peixoto, M. M. (ed.): Dynamical Systems. New. York-London: Academic Press, pp. 95-109.

Guckenheimer, J. / Holmes, P. (1983): Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. New York-Berlin-Heidelberg: Springer.

Guckenheimer, J./ Oster, G./ Ipaktchi, A. (1977): The Dynamics of Density Dependent Population Models. Journal of Mathematical Biology, 4, pp. 101-147.

Haken, H. (1983a): Synergetics. An Introduction. 3rd ed.,Berlin-Heidelberg-New York: Springer.

Haken, H. (1983b): Advanced Synergetics. Berlin-Heidelberg-New York: Springer.

Herrmann, R. (1986): Vergleich der dynamischen Eigenschaften. stetiger und diskreter zweidimensionaler Konjunkturmodellee Dissertation Göttingen.

Hicks, J. R. (1950): A Contribution to the Theory of the Trade Cycle. Oxford: Oxford University Press. 2nd. ed. (1965), Oxford: Claredon Press.

Hirsch, M. W./ Smale, S. (1974): Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra. New York: Academic Press.

Ichimura, S. (1955): Towards a General Non-Linear Macrodynamic Theory of Economic Fluctuations. In: Kurihara, K. K. (ed.): Post-Keynesian Economics. New Brunswick: Rutgers University Press, pp. 192-226.

Intrilligator, M. (1971): Mathematical Optimization and Economic Theory. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Iooss, G. (1979): Bifurcations of Maps and Applications. Amsterdam: North Holland.

Iooss, G./ Joseph, D. D. (1980): Elementary Stability and Bifur-

cation Theory. New York-Heidelberg-Berlin: Springer.

Jäger, K. (1984): Persistenz und zyklische Schwankungen der Unterbeschäftigung in Gleichgewichtsmodellen mit rationalen Erwartungen. Zeitschrift für Wirtschafts-und Sozialwissenschaften, 104, pp. 645-673.

Kaldor, N. (1940): A Model of the Trade Cycle. Economic Journal, 50, pp. 78-92.

Kaldor, N. (1971): A Comment. Review of Economic Studies, 38, pp. 45-46.

Kalecki, M. (1935): A Macroeconomic Theory of the Business Cycle. Econometrica, 3, pp. 327-344.

Kalecki, M. (1937): A Theory of the Business Cycle. Review of Economic Studies, 4, pp. 77-97.

Kalecki, M. (1939): A Theory of the Business Cycle. In: Kalecki, M. (1972): Essays in the Theory of Economic Fluctuation. London: Allen-Unwin.

Kalecki, M. (1943): Studies in Economic Dynamics. London: Allen-Unwin.

Kalecki, M. (1952): Theory of Economic Dynamics. London: Unwin University Books.

Kirchgaessner, G. (1984): Optimale wirtschaftspolitik und die Erzeugung politischökonomischer Konjunkturzyklen. Meisenheim: Hain.

Klein, L. R. (1964): A Post-war Quarterly Model: Description and Application. Models of Income Determination, Conference on Research in Income and Wealth. Princeton.

Klein, L. R./ Preston, R. S. (1967): Some New Results in the Measnrement of Capacity Utilization. American Economic Review, 57, pp. 34-58.

König, H./ Wolters, J. (1972): Einführung in die Spektralanalyse ökonomischer Zeitreihen. Meisenheim: Anton Hain.

Koopmans, T. C. (1947): Measurement without Theory. The Re-

view of Economic Statistics, 29: reprinted in: Readings(1966), pp. 186-203.

Koopmans, T. C. (1949): A Reply. The Review of Economics and Statistics, 31; reprinted in: Readings (1966), pp. 218-225.

Krelle, W. (1959): Grundlagen einer stochastischen Konjunkturtheorie. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 115, pp. 472-494.

Krengel, R. (1970): Die Berechnung des industriellen Produktionspotentials in der Bundesrepublik Deutschland mit Hilfe von Zeitreihen des Brutto-Anlagevermögens. Beiträge zur Strukturforschung des DIW, 1o, pp. 40-44.

Kromphardt, J. (1977): Wachstum und Konjunktur. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Kromphardt, J. (1984): Ansätze der Konjunkturtheorie. In: Bombach, G. et al. (eds.): Perspektiven der Konjunkturforschung. Tübingen: J. C. B. Mohr.

Kuh, E. (1966): Measurement of Potential Output. American Economic Review, 56, pp. 758-776.

Kydland, F./ Prescott, E. C. (1980): A Competitive Theory of Fluctuations and the Feasibility and Desirability of Stabilization Policy. In: Fischer, S. (1980a), pp. 169-187.

Laidler, D. E. W. (1976): An Elementary Monetarist Model of Simultaneous Fluctuations in Prices and Output. In: Frisch, H. (ed.): Inflation in Small Countries. Berlin-Heidelberg-New York: Springer, pp. 75-89.

Lefschetz, S. (1948): Lectures on Differential Equations. Princeton University Press.

Leijonhufvud, A. (1973): Effective Demand Failures. Swedish Journal of Economics, 75, pp. 27-48.

Levinson, N./ Smith, O. K. (1942): A General Equation for Relaxation Oscillations. Duke Mathematical Journal, 9, pp.332-

403.

Li, T. Y./ Yorke, J. A. (1975): Period Three Implies Chaos. American Mathematical Monthly, 82, pp. 985-992.

Lichtenberg, A. J./ Liebermann, M. A. (1982): Regular and Stochastic Motion. New York-Heidelberg-Berlin: Springer.

Liénard, A. (1928): Etude des oscillations entretenues. Revue Generale de l' Electricite, 23, pp. 901-946.

Lindbeck, A. (1976): Stabilization Policy in Open Economics with Endogenous Politicians. American Economic Review, Papers and Proceedings, 66, PP. 1-19.

Long, J. B./ Plosser, C. I. (1983): Real Business Cycles. Journal of Political Economy, 91, pp. 39-69.

Lorenz, E. N. (1963): Deterministic Non-Period Flows. Journal of Atmospheric Sciences, 20, pp. 130-141.

Lorenz, H.-W. (1985a): On Chaos, Business Cycles, and Economic Predictability. In: Gabisch, G./ v. Throtha, H. (1985): pp. 39-58.

Lorenz, H.-W. (1985b): Strange Attractors in a Multisector Business Cycle Model. University of Göttingen. Department of Economics. DP 24.

Lotka, A. Y. (1925): Elements of Physical Biology. Baltimore: Wiliams and Wilkens.

Lucas, R. E. (1973): Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs. In: Lucas, R. E. (1981), pp. 131-145.

Lucas, R. E. (1975): An Equilibrium Model of the Business Cycle. In: Lucas. R. E. (1981), pp. 179-214.

Lucas, R. E. (1981): Studies in Business Cycle Theory. Cambridge, Mass: The MIT Press.

Lucas, R. E./ Prescott, E. C. (1974): Equilibrium Search and Unemployment. In: Lucas, R. E. (1981), pp. 156-178.

Lucas, R. E./ Sargent, T. J. (1979): After Keynesian Macroeconomics. In: Lucas, R. E./Sargent, T. J. (1981), pp. 295-319.

Lucas, R. E./ Sargent, T. J. (eds.) (1981): Rational Expectations aud Econometric Practice. Minneapolis: The University of Minnesota Press.

MacRae, D. C. (1977): A Political Model of the Business Cycle. Journal of Political Economy, 85, pp. 239-263.

Malinvaud, E. (1977): The Theory of Unemployment Reconsidered. Oxford· Basil-Blackwell.

Marotto, F. R. (1979): Snap-Back Repellers Imply Chaos in R^n. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 72, pp. 199-223.

Marsden, J. E. /McCracken M. (1976): The Hopf-bifurcation and its Applications. New York-Heidelberg-Berlin: Springer.

Matthews, R. C. O. (1959): The Trade Cycle. Cambridge University Press.

May, R. M. (1976): Simple Mathematical Models With Very Complicated Dynamics. Nature, 261, pp. 459-467.

McCallum, B. (1980): Rational Expectations and Macroeconomic Stabilization Policy. Journal of Money, Credit and Banking, 12, p. 716-746.

Medio, A. (1980): A Classical Model of Business Cycles. In: Nell, E. J. (ed.): Growth, Profits, and Property. Cambridge: Cambridge University Press.

Medio, A. (1984): Synergetics and Dynamic Economic Models. In: Goodwin, R. M. et al. (1984), pp. 166-191.

Medio, A. (1986): Oscillations in Optimal Growth Models. Mimeo. University of Venice.

Melese, F./ Transue, W. (1986): Unscrambling Chaos Through Thick and Thin. Quarterly Journal of Economics, 101, pp. 419-423r

Mertens, D. (1961): Die kurzfristige Kapazitätsauslastungsrechnung des DIW. Viertelsjahresschrift zur Wirtschaftsforschung, 1, pp. 72-90.

Metzler, L. A. (1941): The Nature and Stability of Inventory Cycles. Review of Economic Studies, 23, pp. 113-129.

Minford, P./ Peel, D. (1983): Rational Expectations and the New Macroeconomics. Oxford: M. Robertson.

Mitchell, W. C./ Burns, A. F. (1938): Statistical Indicators of Cyclic Revivals. Bulletin 69, National Bureau of Economic Research, New York; reprinted in: Moore, G.H.(1961), Ch. 6.

Moore, G. H. (1950): Statistical Indicators of Cyclic Revivals and Recessions. Occasional Paper 31, National-Bureau of E-conomic Research, New-York; reprinted in: Moore, G. H. (1961), Ch. 7.

Moore, G. H. (1954): Analysing Business Cycles. The American Statistician, 8, pp. 13-19.

Moore, G. H. (1955): The Diffusion of Business Cycle In: Solo,R. A. (ed.): Economics and Public Interest. New Brunswick: Rutgers University Press;r eprinted in: Moore,G.H.(1961),ch.8.

Moore, G. H. (1961): Business Cycle Indicators Vol. 1, Princeton: Princeton University Press.

Moore, G. H. (1979): The Forty-second Anniversary of the Leading Indicators. In: Fellner, W. (ee.): Contemporary Economic Problems. Washington, D. C.: American Enterprise Institute; reprinted in: Moore, G. H. (1980), Ch. 20.

Moore, G. H. (1980): Business Cycles, Inflation and Forecasting. National Bureau of Economic Research: Studies in Business Cycles No. 24, Cambridge, Mass.: Ballinger.

Muth, J. F. (1961): Rational Expectations and the Theory of Price Movements. In: Lucas, R. E./ Sargent, T. J. (1981), pp. 3-22.

Nerlove, M. (1958): Adaptive Expectations and Cobweb Phenomena. Quarterly Journal of Economics, 72, pp. 227-240.

Newhouse, S./ Ruelle, D./ Takens, F. (1978): Occurrence of Strange Axiom A Attractors near Quasi-Periodic Flows on T^m, $m>3$. Communications in Mathematical Physics,64, pp.35-40.

Nordhaus, W. D. (1975): The Political Business Cycle. Review of Economic Studies, 42, pp. 169-190.

Okun, A. M. (1962): Potential GNP. Its Measurerement and Significance. American Statistical Association. Proceedings of the Business and Economic Statistics Section. 98-104. Reprinted in: Okun, A. M. (1970).

Okun .M. (1970): Political Economy of Prosperity. Washington, D. C.: The Brookings Institution.

Ott, A. E. (1972) (ed.): Wachstumszyklen. Berlin: Duncker & Humblot.

Ott, E. (1981): Strange Attractors and Chaotic Motions of Dynamical Systems, Review of Modern Physics, 53, pp. 655-671.

Pasinetti L. L (1960): Cyclical Fluctuations and Growth. Oxford Economic Papers, 12, pp. 215-241.

Patinkin, D. (1965): Money, Interest and Prices. 2nd, ed., New York: Harper & Row.

Persons, W. M. (1919a): Indices of Business Conditions. Review of Economic Statistics, 1, pp. 5-107.

Persons W. M. (1919b): An Index of General Business Conditions. Review of Economic Statistics, I, pp. 111-205.

Persons, W. M- (1919c): General Business Conditions. Review of Economic Statistics, 1, Supplement, August 1919, pp. 2-8.

Phelps, E. S. et al. (1969): Microeconomic Foundations of Employment and Inflation. New York: Norton.

Phillips, A. W. (1954): Stabilisation Policy in a Closed Economy. Economic Journal, 64, pp. 290-323.

Phillips, A. W. (1963): An Appraisal of Measures of Capacity. American Economic Review, 53, pp. 275-292.

Ploeg, F. van der (1983): Predator-Prey and Neoclassical Models of Cyclical Growth. Zeitschrift für Nationalökonomie, 43, pp 235-256.

Ploeg, F. van der (1985a): Optimal Government Policy in a

Small Open Economy with Rational Expectations and Uncertain Election Outcomes. Paper presented at the World Congress of the Econometric Society, Boston/Mass., August 1985.

Ploeg, F. van der (1985 b): Rational Expectations, Risk and Chaos in Financial Markets, Mimeo London School of Econom- ics, forthcoming in the Economic Journal.

Ploeg, F. van der (1985c): Classical Growth Cycles, Metroeco- nomica, 37, pp. 221-230.

Pohjola, M. J. (1981): Stable and Chaotic Growth: the Dynamics of a Discrete Version of Goodwin's Growth Cycle Model. Zeitschrift für Nationalökonomie, 41, pp. 27-38.

Popper, K. (1934): Die Logik der Forschung. Wien: Springer. 8th ed., (1984), Tübingen: J. C. B. Mohr. Engl. Transl.: The Logic of Scientific Research. 10th. ed., London: Hutchinson.

Poston: T./ Stewart. I. (1978): Catastrophe Theory and its Ap- plications. Boston: Pitman.

Prigogine, I. (1980): From being to becoming. San Francisco: W. H. Freeman.

Ramser, H. J. (1983): Preis-Lohn-Dynamik in Modell der neuen Keynesianischen Makroökonomik. In Bombach, G. et al. (eds): Makroökonomik heute: Gemeinsamkeiten und Gegensätze. Tü- bingen; J. C. B. Mohr.

Ramser, H. J, (1985): Konjunkturtheorie. Mimeo. University of Konstanz: March 85.

Rasche, R. H./ Tatom, J. A. (1977): Energy Resources and Po- tential GNP. Review of the Federal Reserve Bank of St. Louis, 59, pp. 10-21.

Readings in Business Cycle Theory (1966), American Economic Association Series. London: Allen and Unwin.

Reichlin, P. (1985): Equilibrium Cycles and Stabilization Policies in an Overlapping Generations Model with Production. Mim- eo. Columbia University, New York.

Rose, H. (1967): On the Non-Linear Theory of the Employment Cycle. Review of Economic Studies, 34, pp. 153-173.

Rössler, O. E. (1977): Continuous Chaos. In: Haken, H. (ed.); Synergetics. A Workshop. Berlin-Heidelberg-New York: Springer.

Ruelle, D. (1979): Strange Attractors. Mathematical Intelligencer, 1979, 2, pp. 126-137.

Ruelle, D./ Takens, F. (1971): On the Nature of Turbulence. Communications in Mathematical Physics, 20, pp. 167-192.

Sachverständigenrat (1970): Jahresgutachten zur Begutachtung der gesamtwirt-schaftlichen Entwicklung. Mainz: Kohlhammer.

Sachverständigenrat (1980): Jahresgutachten zur Begutachtung der gesamtwirt-schaftlichen Entwicklung. Mainz: Kohlhammer.

Samuelson, P. A. (1939): Interactions Between the Multiplier Analysis and Principle of Acceleration. Review of Economic Statistics, 21, pp. 75-78.

Samuelson, P. A. (1947): Foundations of Economic Analysis. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Samuelson, P. A. (1958): An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money. Journal of Political Economy, 66, pp. 467-482.

Samuelson, P. A. (1971): Generalized Predator-Prey Oscillations in Ecological and Economic Equilibrium. In: Samuelson, P. A. (1972): The Collected Scientific Papers of P. A. Samuelson, Vol. III, pp. 487-490, Cambridge, Mass.: MIT-Press.

Samuelson, P. A. (1972): A Universal Cycle? In: Samuelson, P. A. (1972): The Collected Scientific Papers of P. A. Samuelson, Vol. III, pp. 473-486, Cambridge, Mass.: MIT-Press.

Sato, Y. (1985): Marx-Goodwin Growth Cycles in a Two-Sector Economy. Zeitschrift für Nationalökonomie. 45, pp. 21-34.

Saunders, P. T. (1980): An Introduction to Catastrophe Theory.

Cambridge: Cambridge University Press.

Schinasi, G. J. (1981): A Non-Linear Dynamic Model of Short-Run Fluctuations. Review of Economic Studies, 48, pp. 649-656.

Schinasi, G. J. (1982): Fluctuations in a Dynamic, Intermediate-Run IS-LM Model: Applications of the Poincare-Bendixon Theorem. Journal of Economic Theory, 28, pp. 369-375.

Schönfeld, P. (1967): Probleme und Verfahren der Messung der Kapazität und des Auslastungsgrades, Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 123, pp. 25-59.

Schröder, R. (1985): Chaotisches Verhalten von Differenzengleichungen. In: Gabisch, G./ v. Trotha, H. (1985), pp. 143-155.

Shiller, R. J. (1978): Rational Expectations and the Dynamic Structure of Macroeconomic Models. Journal of Monetary Economics, 4, pp. 1-44.

Silverberg, G. (1984): Embodied Technical Progress in a Dynamic Economic Model: The Self-Organization Paradigm. In: Goodwin, R. M. et al. (1984), pp. 192-208.

Simonivits, A. (1982): Buffer Stocks and Naive Expectations in a Non-Walrasian Dynamic Macromodel: Stability, Cyclicity and Chaos. The Scandinavian Journal of Economics, 84, pp. 571-581.

Skott, P. (1985): Vicious Circles and Cumulative Causation. Thames Papers in Political Economy. London: Thames Polytechnic.

Slutzky, E. (1937): The Summation of Random Causes as the Source of Cyclic Processes. Econometrica, 5, pp. 105-146.

Solow, R. M./ Stiglitz, J. E. (1968): Output, Employment, and Wages in the Short Run. Quarterly Journal of Economics, 82, pp 537-560.

Stähle, H. (1928): Das Beobachtungsverfahren der wirtschaftlich-

en Wechsellagen des Harvard-University Committee on Economic Research. Schmollers Jahrbuch, 52, pp. 261-310.

Straub, M. / Wenig, A. (1985): The Interaction of Monetary and Non-Monetary Forces in the Business Cycle: A Simple Neo-Austrian Model. In: Gabisch, G./v. oThrotha, H. (1985), pp. 59-84.

Strigel, W. H. (1977) (ed.): In Search for Economic Indicators. Berlin-Heidelberg-New York: Springer.

Stutzer, M. (1980): Chaotic Dynamics and Bifurcation in a Macro-Model. Journal of Economic Dynamics and control, 2, pp. 253-276.

Takayama, A. (1974): Mathematical Economics. Hinsdale, Ill.: The Dryden Press.

Thom: R. (1977): What is Catastrophe Theory about? In: Haken, H. (ed.)? Synergetics, A Workshop. Heidelberg-New York. Springer.

Thurow, L. / Taylor, L. (1966): The Interaction between the Actual and Potential Rates of Growth of the Economy. Review of Economic Studies, 48, pp. 351-360.

Tichy, G. (1982): Neuere Entwicklungen in der Konjunkturtheorie, IFO-Studien, 28, pp. 213-238.

Torre, V. (1977): Existence of Limit Cycles and Control in Complete Keynesian Systems by Theory of Bifurcations. Econometrica, 45, pp. 1457-1466.

Ursprung, H. W. (1982): Die elementare Katastrophentheorie: Eine Darstellung aus der Sicht der Oekonomie. Berlin-Heidelberg-New York: Springer.

Varian, H. R. (1979): Catastrophe Theory and the Business Cycle. Economic Inquiry, 17, pp. 14-28.

Varian, H. R. (1981): Dynamical Systems with Application to Economics. In: Arrow, K. J./ Intrilligator, M. D. (eds.): Handbook of Mathematical Economics, Vol. I, Amsterdam:

North Holland, pp. 93-110.

Velupillai, K. (1978): Some Stability Properties of Goodwin's Growth Cycle Model, Zeitschrift für Nationalökonomie, 39, pp. 245-257.

Vercelli, A. (1984): Fluctuations and Growth: Keynes, Schumpeter, Marx, and the Structural Instability of Capitalism. In: Goodwin, R. M. et al. (1984), pp. 209-231.

Vining, R- (1949a): Koopmans on the Choice of Variables to be Studied and of Methods of Measurement. Review of Economic Studies, 31. Reprinted in Readings (1966), pp. 204-217.

Vining, R. (1949b): A Rejoinder. Review of Economic Studies, 31, Reprinted in Readings (1966), pp. 226-230.

Vogt, W. (1969): Fluktuationen in einer wachsenden Wirtschaft unter klassischen Bedingungen. In: Bombach, G.(ed.): Wachstum, Einkommensverteilung und wirtschaftliches Gleichgewicht, Berlin: Duncker und Humblot, pp. 61-72.

Volterra, V. (1931): Lecons sur la Theorie Mathematique de la Lutte pour la Vie. Paris: Gauthier-Villars.

Vosgerau, H. -J. (1979): Konjunkturtheorie. In: Handwörterbuch der Wirtschaftswissenschaften. Tübingen: J. C. B. Mohr.

Vosgerau, H. -J. (1984): Einige Problemkomplexe der Konjunkturforschung. In: Bombach, G. et al. (eds.): Perspektiven der Konjunkturforschung- Tübingen: J. C. B. Mohr.

Wagemann, E. (1928): Konjunkturlehre. Berlin: Hobbing.

Wallich, H. C. (1968): The American Council of Economic Advisers and the German Sachverstaendigenrat: A Study in the Economics of Advice. Quarterly Journal of Economics, 82, pp. 349-379.

Wenig, A. (1975): Beschäftigungsschwankungen, Einkommensverteilung und Inflation. Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, 131, pp. 1-42.

Wenig, A. (1979): Konjunkturtheorie. In: Beckmann, M. et al.

(eds). Handwörterbuch der Mathematischen Wirtschaftstheorie. Wiesbaden: Beck. pp. 141-154.

Wold, H. (1954) A Study in the Analysis of Stationary Time Series. Stockholm.

Zarnowitz, V. (1985): Recent Work on Business Cycles in Historical Perspective. Journal of Economic Literature, 23, pp. 523-580.

Zeeman, E. C. (1977): Catastrophe Theory. Selected Papers 1972 - 1977. Chapters 1 and 2, Reading, Mass.: Addison-Wesley.